

CHIMIE, MÉCA ET THERMO

JEUDI 7 MAI 2026 - DURÉE 4H

- ★ La calculatrice est autorisée.
- ★ Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.
- ★ Chaque réponse doit être justifiée. Toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

I. Utilisation de l'élément manganèse en chimie inorganique

D'après E3a 2017 - PC

On s'intéresse dans ce sujet à la chimie des composés de l'élément manganèse. Il s'agit d'un élément relativement abondant dans la croûte terrestre, très utilisé pour renforcer les propriétés mécaniques des ferro-alliages, sans oublier sa présence dans de nombreux oxydes aux très anciennes applications.

I.1 Le manganèse et ses nombres d'oxydation

1. Déterminer la structure électronique de l'atome de manganèse Mn dans son état fondamental.
2. En déduire la position du manganèse dans la classification périodique.

Au contact d'une solution aqueuse acide, on peut trouver le plus couramment le manganèse :

- ★ dans un solide ionique de formule $\text{MnO}_{2(s)}$ (la pyrolusite), qui est le principal minerai de manganèse, que l'on trouve aussi dans certaines piles, dans certains pigments...
- ★ dans des ions en solution, notamment Mn^{2+} et MnO_4^- .

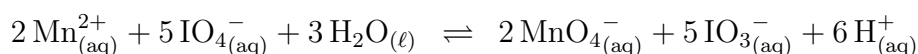
3. Déterminer le nombre d'oxydation du manganèse dans ces trois espèces.

I.2 Dosage spectrophotométrique de l'élément manganèse

Diverses analyses peuvent être effectuées sur les ciments. L'une d'entre elles permet de doser l'élément manganèse qu'ils contiennent. Introduit essentiellement comme pigment, il représente entre 0,04% et 2% en masse d'un ciment. Son dosage permet d'évaluer l'usure du matériel de fabrication par les industriels.

On se propose ici de déterminer la masse en élément manganèse contenu dans un ciment par dosage spectrophotométrique, après oxydation du manganèse en ion permanganate MnO_4^- . On fait subir à une masse $m = 1,53$ g de ciment une série de traitements chimiques dont les principales étapes sont :

- ★ On chauffe à reflux, dans un volume de solution aqueuse d'acide nitrique en large excès, l'échantillon de ciment de sorte que l'élément manganèse soit exclusivement sous la forme d'ions Mn^{2+} .
- ★ Après filtration du mélange réactionnel, on réalise l'oxydation à chaud des ions Mn^{2+} par un large excès d'un oxydant puissant, le periodate de potassium (KIO_4) sous forme solide, selon l'équation :

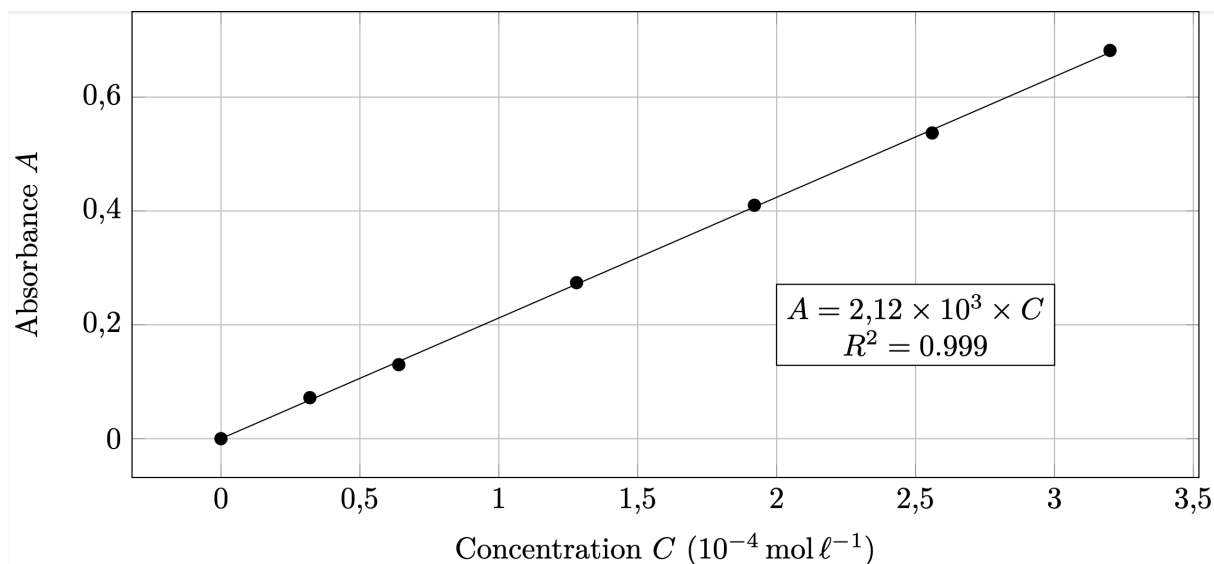


- ★ Le mélange réactionnel est filtré puis introduit dans une fiole jaugée de volume $V_s = 200,0$ mL complétée avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Soit S la solution obtenue.
- ★ On mesure enfin la valeur de l'absorbance, due à l'ion permanganate, de la solution S à l'aide d'un spectrophotomètre réglé sur la longueur d'onde $\lambda = 520$ nm ; on obtient $A_s = 0,151$.

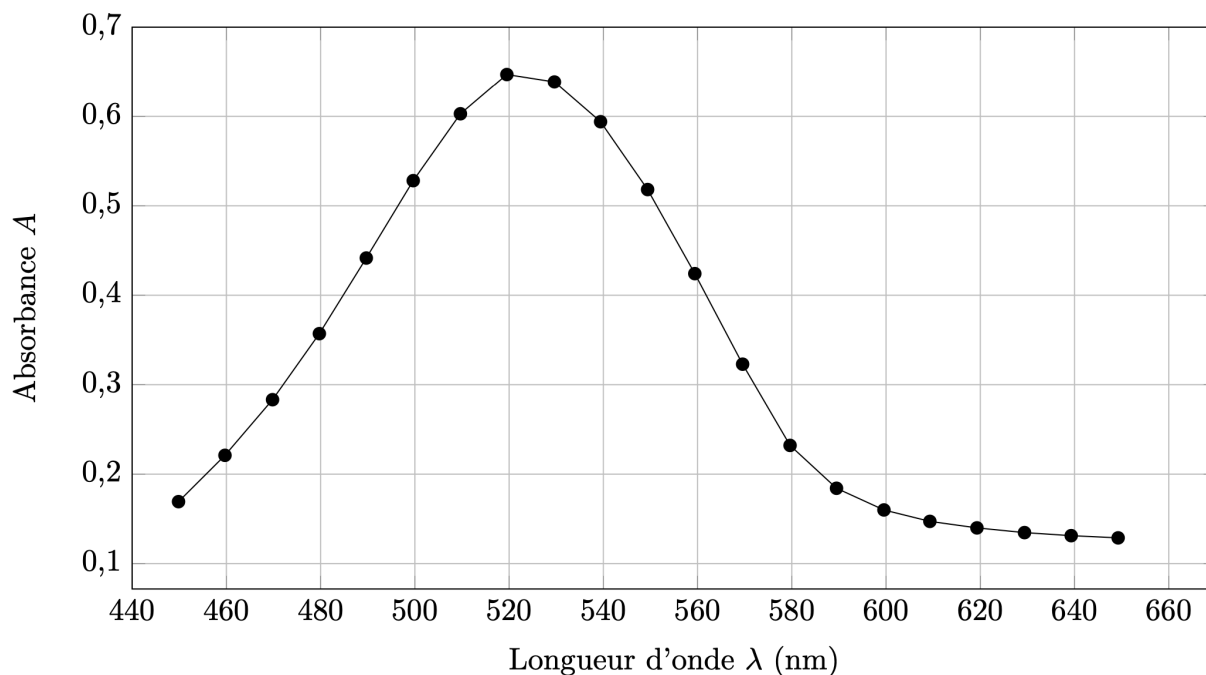
Parallèlement une gamme de solutions diluées est préparée à partir d'une solution aqueuse de permanganate de potassium de concentration molaire $C_0 = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$.

Pour chaque solution diluée, on mesure la valeur de l'absorbance et on trace la courbe $A = f(C)$.

C ($10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$)	0	0,32	0,64	1,28	1,92	2,56	3,20
A	0,000	0,072	0,130	0,274	0,410	0,537	0,682



On donne ci-dessous le spectre d'absorption obtenu pour une solution aqueuse de permanganate de potassium.



- Justifier de travailler à la longueur d'onde $\lambda = 520 \text{ nm}$ pour réaliser les mesures d'absorbance. Faire le lien entre cette longueur d'onde et la couleur de l'ion permanganate.
- Quelle loi permet d'illustrer le graphe $A = f(C)$? Cette loi est-elle bien vérifiée ici?
- Déterminer le pourcentage massique w_{Mn} en manganèse dans le ciment utilisé.

I.3 Titrage manganométrique

La manganométrie regroupe l'ensemble des titrages mettant en jeu des réactions d'oxydoréduction au cours desquelles l'oxydant est l'ion permanganate en milieu acide. Une utilisation fréquente consiste à réaliser le titrage d'une solution de peroxyde d'hydrogène H_2O_2 (ou eau oxygénée).

On souhaite vérifier la concentration d'une solution dite officinale d'eau oxygénée à une concentration C_{com} environ égale à $0,9 \text{ mol.L}^{-1}$. On dilue 10 fois la solution officinale d'eau oxygénée, puis on titre une prise d'essai de cette solution diluée $V_0 = 10,00 \text{ mL}$ à l'aide d'une solution aqueuse acidifiée de permanganate de potassium à la concentration $C = 2,43 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$. Le volume de la solution de permanganate versé à l'équivalence est : $V_E = 14,8 \text{ mL}$. Toutes les solutions sont incolores à l'exception de la solution de permanganate qui est rose-violet.

7. Écrire l'équation de la réaction de titrage entre l'ion MnO_4^- et H_2O_2 , après avoir écrit les demi-équations associées aux couples $\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}$ et $\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_2$.
8. Établir l'expression de la constante d'équilibre de cette réaction ; faire l'application numérique et conclure.
9. Préciser l'intérêt de réaliser le titrage en milieu acide. À l'aide des données fournies, expliquer pourquoi on ne doit pas utiliser de l'acide chlorhydrique pour acidifier les solutions aqueuses de permanganate de potassium.
10. Comment repère-t-on précisément ici l'équivalence ?
11. Déterminer la concentration C_{com} de la solution officinale d'eau oxygénée.

DONNÉES :

★ Données générales

Numéros atomiques : $Z(\text{Mn}) = 25$; $Z(\text{O}) = 8$

Masses molaires atomiques (g.mol^{-1}) : $M(\text{Mn}) : 54,9$; $M(\text{O}) = 16$

Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Constante d'Avogadro : $\mathcal{N}_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

L'ion permanganate est rose-violet

★ Données électrochimiques : Potentiels standard

$$E^0 (\text{MnO}_{2(\text{s})}/\text{Mn}^{2+}) = 1,23 \text{ V} \quad E^0 (\text{O}_{2(\text{g})}/\text{H}_2\text{O}_2) = 0,69 \text{ V}$$

$$E^0 (\text{MnO}_4^-/\text{Mn}^{2+}) = 1,51 \text{ V} \quad E^0 (\text{H}_2\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}_{(\ell)}) = 1,77 \text{ V}$$

$$E^0 (\text{MnO}_4^-/\text{MnO}_{2(\text{s})}) = 1,68 \text{ V} \quad E^0 (\text{Cl}_{2(\text{g})}/\text{Cl}^-) = 1,36 \text{ V}$$

$$E^0 (\text{IO}_4^-/\text{IO}_3^-) = 1,55 \text{ V}$$

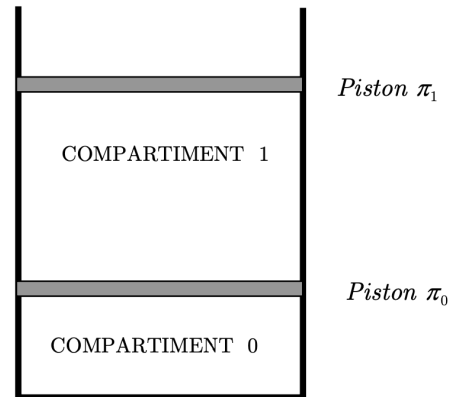
Terme prélogarithmique de la loi de Nernst : $\frac{R T}{\mathcal{F}} \ln(10) = 0,06 \text{ V}$

II. Thermodynamique : cylindre et pistons *D'après CCINP 2008 - MP*

On considère un dispositif expérimental constitué d'un cylindre vertical ouvert dans l'atmosphère, aux parois indéformables, de section S , dans lequel deux pistons de masse et d'épaisseur négligeables peuvent se déplacer librement. Ces deux pistons, notés π_0 et π_1 définissent deux compartiments étanches dans le cylindre. Le piston π_0 est le piston inférieur (cf. figure ci-après). On utilisera le symbole 0 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment inférieur et le symbole 1 pour repérer les grandeurs relatives au compartiment supérieur. On appellera longueur du compartiment 0 la distance qui sépare le fond du cylindre du piston π_0 , et longueur du compartiment 1 la distance qui sépare les deux pistons.

Quelle que soit la nature des fluides contenus dans les compartiments, on supposera qu'à l'équilibre la pression est uniforme dans les compartiments.

On supposera dans toute la suite que les frottements lors du déplacement des pistons sont totalement négligeables du point de vue énergétique.



Un mécanisme, non décrit ici, permet de modifier au gré de l'utilisateur, la nature des parois du cylindre et des pistons de la façon suivante :

- ★ Les parois peuvent être calorifugées (interdisant alors les échanges d'énergie sous forme de chaleur).
- ★ Les parois peuvent être rendues perméables à la chaleur.

Par ailleurs un système mécanique permet de bloquer ou de débloquer le mouvement de chacun des pistons sans modifier la géométrie du système.

Le problème est constitué de parties distinctes qui utiliseront toujours ce même dispositif expérimental.

DONNÉES GÉNÉRALES :

- ★ Section du cylindre : $S = 10^{-2} \text{ m}^2$
- ★ Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$
- ★ La pression atmosphérique est constante et égale à $p_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$

II.1 Étude de différentes transformations subies par un gaz parfait

Pour cette partie de l'étude, le compartiment inférieur contient du dioxygène assimilé à un gaz parfait. Le compartiment supérieur contient du diazote également assimilé à un gaz parfait. Les parois du cylindre et le piston π_1 sont perméables à la chaleur. Le piston π_0 est calorifugé.

DONNÉES :

- ★ Rapport de capacités thermiques du dioxygène : $\gamma_0 = 1,4$
- ★ Constante massique du dioxygène : $r_0 = 260 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
- ★ Rapport de capacités thermiques du diazote : $\gamma_1 = 1,4$
- ★ Constante massique du diazote : $r_1 = 297 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

Remarque : On appelle constante massique d'un gaz parfait le rapport de la constante R des gaz parfaits sur la masse molaire du gaz.

1. On bloque le piston π_0 . Le piston π_1 peut se déplacer librement. Le dispositif expérimental est alors dans l'état d'équilibre noté A.

Le dioxygène contenu dans le compartiment 0 est caractérisé par une pression $p_A^0 = 10^5$ Pa et une température $T_A^0 = 300$ K. La longueur du compartiment 0 est alors $d_A^0 = 0,2$ m.

Le diazote contenu dans le compartiment 1 est caractérisé par une pression $p_A^1 = 10^5$ Pa et une température $T_A^1 = 300$ K. La longueur du compartiment 1 est alors $d_A^1 = 0,15$ m.

On place le cylindre au contact d'une source (thermostat) à la température $T_S = 600$ K.

Chacun des sous-systèmes, constitué par chacun des gaz (repéré comme les compartiments par 0 et 1), atteint un nouvel état d'équilibre (B).

On note T_B^0 , p_B^0 et d_B^0 respectivement la température du dioxygène (gaz 0), la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans cet état d'équilibre. De la même façon T_B^1 , p_B^1 et d_B^1 représentent la température du diazote (gaz 1), la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

- Calculer la masse m_0 de dioxygène contenue dans le compartiment 0 et la masse m_1 de diazote contenue dans le compartiment 1.
 - Caractériser la transformation subie par le dioxygène. En déduire T_B^0 , d_B^0 et p_B^0 .
 - Caractériser la transformation subie par le diazote. En déduire T_B^1 , d_B^1 et p_B^1 .
 - Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert mécanique (travail) par le dioxygène (W_{AB}^0), et par le diazote (W_{AB}^1) au cours de la transformation.
 - Calculer la quantité d'énergie reçue par transfert thermique (chaleur) par le dioxygène (Q_{AB}^0), et par le diazote (Q_{AB}^1) au cours de la transformation.
2. Les deux sous-systèmes étant chacun dans leur propre état d'équilibre (repéré par l'indice B), on bloque le piston π_1 , puis on débloque le piston π_0 (qui est toujours calorifugé).

Le cylindre est toujours au contact de la source à la température $T_S = 600$ K.

Chacun des sous-systèmes atteint un nouvel état d'équilibre (C).

On note T_C^0 , p_C^0 et d_C^0 respectivement la température du dioxygène, la pression du dioxygène et la hauteur du compartiment 0 dans son nouvel état d'équilibre.

De la même façon T_C^1 , p_C^1 et d_C^1 représentent la température du diazote, la pression du diazote et la hauteur du compartiment 1 dans son nouvel état d'équilibre.

- Que peut-on dire sur les températures T_C^0 et T_C^1 et sur les pressions p_C^0 et p_C^1 du dioxygène et du diazote dans l'état d'équilibre C ?
- Déterminer les longueurs d_C^0 et d_C^1 . En déduire les pressions p_C^0 et p_C^1 .
- Calculer la variation d'énergie interne ΔU_{BC} pour le système (les deux gaz) entre les deux états d'équilibre.

II.2 Gaz parfait et mélange liquide-vapeur

Dans cette partie de l'étude, l'un des compartiments sera rempli d'eau en équilibre diphasique. Pour mener à bien l'étude il est nécessaire d'établir quelques résultats préliminaires. Ainsi, dans une première partie (travail préparatoire) on propose, moyennant quelques hypothèses, de déterminer une équation qui relie la pression de saturation à la température de saturation pour un fluide en équilibre diphasique. Aucune connaissance spécifique sur ce terrain n'est nécessaire.

La partie suivante s'appuie sur les résultats du travail préparatoire mais ces derniers pourront être utilisés directement s'ils n'ont pu être établis.

DONNÉES :

- * Constante universelle des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- * Masse molaire de l'air : $M_A = 29 \text{ g.mol}^{-1}$
- * Masse molaire de l'eau : $M_E = 18 \text{ g.mol}^{-1}$
- * Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_\ell = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$
- * Capacité calorifique massique à volume constant de l'air (supposée constante) : $c_{v,A} = 716 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- * Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de vapeur (supposée constante) : $c_{p,v} = 1616 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- * Capacité calorifique massique à pression constante de l'eau sous forme de liquide (supposée constante) : $c_{p,\ell} = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$
- * Pression de saturation de l'eau pour une température de $T_0 = 373 \text{ K}$: $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$
- * Chaleur latente massique de vaporisation (enthalpie massique de changement d'état) de l'eau à la température 373K : $\ell_v(T_0) = 2240 \text{ kJ.kg}^{-1}$

II.2.1 Travail préparatoire

On précise que pour un mélange liquide-vapeur à l'équilibre à la température T , la pression de saturation est reliée à la température par la relation de Clapeyron :

$$\ell_v(T) = T \frac{dp_{\text{sat}}}{dT} (v_g - v_\ell)$$

dans laquelle $\ell_v(T)$ désigne la chaleur latente massique de vaporisation, égale à la différence des enthalpies massiques de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation.

Le terme $\frac{dp_{\text{sat}}}{dT}$ est la dérivée de la pression de saturation par rapport à la température de saturation.

v_g et v_ℓ représentent respectivement, le volume massique de la vapeur à la saturation et du liquide à la saturation pour la température considérée.

On admet que la vapeur d'eau est assimilable à un gaz parfait et que le liquide est parfaitement incompressible.

3. Donner l'expression du volume massique v_g de la vapeur d'eau à la saturation en fonction de la pression p_{sat} , de la température T , de M_E et de R .
4. Montrer numériquement que pour des pressions et des températures respectivement voisines de 10^5 Pa et 373 K , le volume massique de l'eau liquide est négligeable devant celui de la vapeur.

On fera cette hypothèse pour la suite.

5. Pour modéliser la dépendance en température de la chaleur latente massique de vaporisation, on va considérer qu'un kilogramme d'eau effectue le cycle réversible constitué des transformations suivantes :

- IJ : vaporisation isobare et isotherme (à la pression p_0 et la température T_0) du liquide saturant jusqu'à la vapeur saturante.
- JK : échauffement isobare de la vapeur jusqu'à la température T .
- KL : compression isotherme de la vapeur à la température T jusqu'à l'obtention de vapeur saturante à la pression p_{sat} .
- LM : liquéfaction isobare et isotherme jusqu'à transformation totale du fluide en liquide saturant.
- MI : refroidissement du liquide en suivant la courbe de saturation.

- a) Représenter le cycle de transformations sur un diagramme de Clapeyron (p, v) en faisant figurer la courbe de saturation.
- b) Exprimer pour chaque transformation la variation d'enthalpie massique du fluide en utilisant uniquement les grandeurs $\ell_v(T)$, $\ell_v(T_0)$, $C_{p,v}$, $C_{p,\ell}$, T et T_0 . On supposera pour la phase liquide que l'enthalpie ne dépend que de la température.

- c) En déduire que l'on peut écrire la chaleur latente massique de vaporisation sous la forme $\ell_v(T) = a + bT$. Donner les expressions de a et b .

À partir de la relation de Clapeyron, des résultats des questions précédentes et en considérant que $T/T_0 \approx 1$, on arrive à montrer que la pression de saturation p_{sat} de l'eau, s'écrit :

$$p_{\text{sat}} \approx p_0 \exp \left[\frac{M_E \ell_v(T_0)}{RT_0^2} (T - T_0) \right]$$

On utilisera cette expression pour les calculs de la partie suivante.

II.2.2 Transformation au contact d'un thermostat

Dans cette partie du problème, on admet que les parois du cylindre et les pistons sont perméables à la chaleur.

Le piston π_0 est libre de se déplacer et le piston π_1 est bloqué.

Le compartiment supérieur est rempli d'air et le compartiment inférieur est rempli d'eau. Une partie de l'eau peut être sous forme liquide, le reste sous forme de vapeur. À l'équilibre, on admet que ces deux phases sont parfaitement séparées. On rappelle que l'air et la vapeur d'eau sont assimilables à des gaz parfaits et que le liquide est parfaitement incompressible.

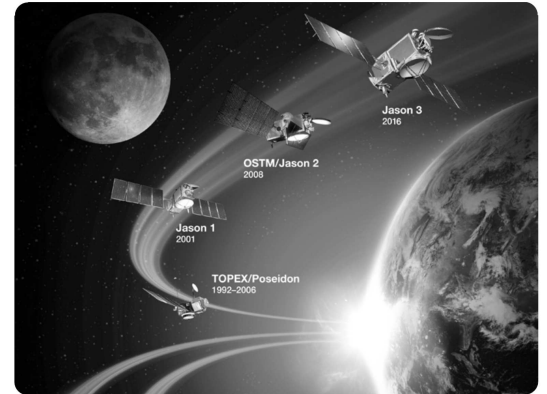
6. Dans l'état initial d'équilibre noté α , on mesure la température dans un compartiment $T_\alpha = 380$ K, la longueur du compartiment 1 (rempli d'air) $d_\alpha^1 = 0,1$ m et la longueur du compartiment 0 (rempli d'eau) $d_\alpha^0 = 0,1$ m. Dans le compartiment 0, on note que l'eau est sous forme de liquide et vapeur et que la hauteur d'eau liquide en bas du compartiment vaut $d_{\alpha,\ell}^0 = 0,002$ m.
 - a) Calculer la pression d'équilibre p_α .
 - b) Calculer la masse d'air m_A contenue dans le compartiment 1.
 - c) Calculer la masse d'eau m_E (liquide+vapeur) contenue dans le compartiment 0.
 - d) Calculer le titre massique de vapeur d'eau x_α (rapport entre la masse d'eau sous forme vapeur et la masse d'eau totale).
7. Le cylindre est mis au contact d'un thermostat à la température 390K. Le système atteint un nouvel état d'équilibre noté β .
 - a) Montrer que l'eau ne peut pas se trouver sous forme de vapeur sèche (pas d'eau liquide).
 - b) Montrer que l'eau ne peut pas se trouver sous forme de liquide seul (pas d'eau vapeur).
 - c) Calculer la pression d'équilibre p_β .
 - d) Calculer, à l'équilibre, la longueur du compartiment remplie d'air d_β^1 .
 - e) Calculer, à l'équilibre, la masse volumique de la vapeur d'eau.
 - f) Calculer, à l'équilibre, la hauteur de la zone vapeur $d_{\beta,v}^0$ et liquide $d_{\beta,\ell}^0$ dans le compartiment 0.
 - g) Calculer le titre massique de vapeur d'eau x_β .

III. La planète Terre

D'après CCINP 2025 - MP

Les systèmes d'observation des océans par satellite ont été imaginés et développés au début des années 70. Depuis, plus d'une quinzaine de satellites d'observation embarquant des altimètres radars ont été lancés dans le but d'observer le comportement des océans (figure ci-contre).

Issues d'une coopération du CNES et de la NASA, la série des satellites Topex-Poséidon, initiée en 1992, puis celle des satellites Jason, ont permis de mesurer l'élévation moyenne des mers avec précision : $(3,6 \pm 0,1)$ mm/an durant ces trente dernières années.



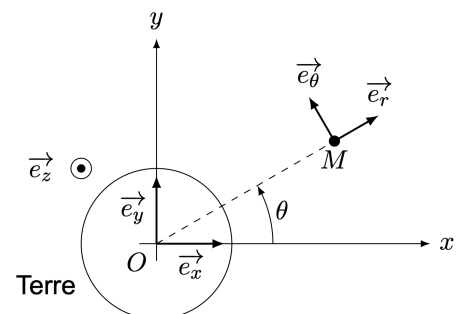
On se propose dans cette partie d'étudier le mouvement d'un tel satellite, en orbite autour du centre O de la Terre, modélisée par un corps de répartition de masse à symétrie sphérique, de rayon R_T et de masse M_T .

III.1 Force centrale conservative

On commence par étudier le mouvement d'un mobile quelconque, de masse m et assimilé à un point matériel M , dans le référentiel géocentrique (\mathcal{R}_T) considéré comme galiléen. Le mobile n'est soumis qu'à la seule action de la Terre.

1. Rappeler la définition du référentiel géocentrique et celle d'un référentiel galiléen.
2. Exprimer, en fonction de la constante de gravitation universelle G , de la masse M_T , de la masse m du mobile, de la distance $r = OM$ et du vecteur unitaire $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{OM}}{r}$, l'expression \vec{F}_g de la force de gravitation exercée par la Terre sur le mobile.
3. Montrer que le moment cinétique $\vec{\mathcal{L}}_O$ du mobile par rapport au point O est une constante du mouvement. En déduire que la trajectoire du mobile est plane.

Dans la suite, on associera au référentiel (\mathcal{R}_T) le repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ de façon à ce que le moment cinétique $\vec{\mathcal{L}}_O = \mathcal{L}_O \vec{e}_z$ et on se placera en coordonnées polaires (r, θ) , de centre O , pour décrire le mouvement du mobile (cf. ci-contre).



4. Montrer que la force gravitationnelle s'exerçant sur le mobile dérive d'une énergie potentielle E_p . Établir l'expression de celle-ci en la prenant, par convention, nulle à l'infini.
5. Montrer que l'énergie mécanique E_m est une constante du mouvement et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$E_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + E_{p,\text{eff}}(r) \quad (1)$$

où $E_{p,\text{eff}}(r)$ est un terme, appelé *énergie potentielle effective*, que l'on exprimera en fonction de G , m , M_T , \mathcal{L}_O et de r .

6. Expliquer pourquoi l'énergie mécanique du mobile est nécessairement supérieure ou égale à son énergie potentielle effective.
7. Représenter graphiquement, pour une valeur donnée de \mathcal{L}_O , l'énergie potentielle effective $E_{p,eff}$ du mobile en fonction de r . Faire apparaître sur le graphique l'énergie mécanique d'une trajectoire associée à un état lié. On rappelle que, pour une force centrale en $1/r^2$, la trajectoire d'un état lié est elliptique.
8. Pour un mouvement elliptique quelconque, indiquer à quelles positions particulières l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle effective. Caractériser le mouvement du mobile dans le cas où l'énergie mécanique est égale au minimum de l'énergie potentielle effective.

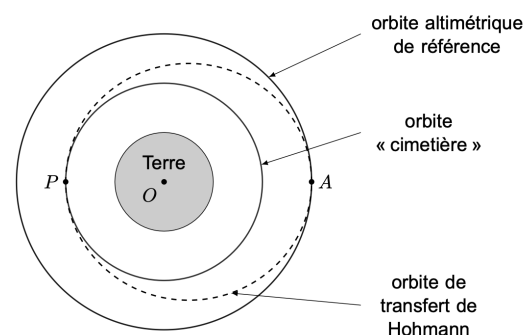
La plupart des mesures effectuées par les satellites altimétriques se font à partir de l'orbite altimétrique de référence, que l'on considérera ici comme une orbite circulaire de rayon R . Dans la suite, le mobile étudié correspond à un satellite altimétrique de masse m , assimilable à un point matériel.

9. Déterminer l'énergie mécanique $E_{m,alt}$ du satellite situé sur l'orbite altimétrique de référence, en fonction de G , M_T , m et de R .
10. Établir la troisième loi de Kepler dans le cas particulier d'une orbite circulaire, en utilisant les paramètres liés à l'orbite altimétrique.

On admettra que la troisième loi de Kepler est valable plus généralement pour un mouvement elliptique. Son expression peut se déduire de l'équation obtenue pour le mouvement circulaire, en remplaçant le rayon R de l'orbite circulaire par le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique.

III.2 Jason-2 : un exemple pour la fin de vie des satellites

En fin de vie, pour que ne soit pas laissé un objet non contrôlé sur l'orbite altimétrique de référence, le satellite Jason-2 a été dirigé vers une orbite dite « cimetière », d'altitude légèrement moins haute que celle de l'orbite altimétrique de référence, avant d'être définitivement abandonné. On se propose dans cette sous-partie d'étudier le cas d'une manœuvre de ce type dans le cas très simplifié, illustré sur la figure suivante, d'un transfert entre deux orbites circulaires coplanaires sous la seule action de l'attraction terrestre. L'orbite de transfert, appelée orbite de Hohmann, correspond à une ellipse dont l'un des foyers est le centre O de la Terre, dont l'apogée A est situé sur l'orbite altimétrique de référence (rayon R) et dont le périhélie P est sur l'orbite cimetière (rayon R_c).



Pour modifier l'orbite du satellite, il faut l'accélérer ou le freiner en commandant le fonctionnement et la direction de ses moteurs. On considérera que la poussée générée par ceux-ci s'exerce pendant une durée tellement courte que les changements d'orbites se font instantanément.

11. En utilisant l'équation (1), montrer que l'énergie mécanique $E_{m,tr}$ du satellite sur l'orbite de transfert peut se mettre sous la forme :

$$E_{m,tr} = -\frac{GM_T m}{R + R_c}$$

12. Exprimer la variation d'énergie mécanique $\Delta E_m = E_{m,tr} - E_{m,alt}$ nécessaire pour passer de l'orbite initiale à l'orbite de transfert. Commenter le signe de ΔE_m .
13. En justifiant la réponse, indiquer s'il faut accélérer ou freiner le satellite pour le transférer en P de l'orbite de transfert à l'orbite cimetière.

