

DE LA MÉCA ET UN PEU DE CHIMIE
--------------------------------

JEUDI 20 MARS 2025 - DURÉE 4H

- \* La calculatrice est autorisée.
- \* Le téléphone portable est interdit.
- \* Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.
- \* Chaque réponse doit être justifiée.
- \* Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

## I. Ions chlorure et méthode de Mohr

Le titrage des ions chlorure se fait par précipitation avec les ions argent (I) en présence d'ions chromate  $\text{CrO}_4^{2-}$ . L'équivalence est repérée par l'apparition d'un précipité rouge brique de chromate d'argent.

**Manipulation** : on dispose de  $V_0 = 100$  mL d'eau de mer (solution  $S_0$ ) de concentration  $C_0$  en ions chlorure. Compte tenu de la forte teneur en ions chlorure dans l'eau de mer, cette solution est diluée dix fois, on obtient la solution  $S_1$ . On appellera  $C_1$  la concentration en ions chlorure dans cette solution. On prélève  $V_1 = 5,0$  mL de la solution  $S_1$ , on les place dans un bécher et on y ajoute  $V = 0,50$  mL de solution de chromate de potassium ( $2\text{K}^+, \text{CrO}_4^{2-}$ ) de concentration  $C = 0,050$  mol.L<sup>-1</sup>. On appelle  $S_2$  la solution ainsi obtenue de volume  $V_2$  et on note  $C_2$  la concentration en ions chlorure de cette solution.

1. Exprimer  $C_1$  en fonction de  $C_0$ , puis  $C_2$  en fonction notamment de  $C_1$ .

On ajoute, à la burette, une solution de nitrate d'argent de concentration  $C_{\text{Ag}} = 0,025$  mol.L<sup>-1</sup>. Le précipité rouge de chromate d'argent apparaît pour un volume versé  $V_{\text{AgE}} = 11,0$  mL de nitrate d'argent.

2. Faire un schéma détaillé du dispositif expérimental réalisé pour ce titrage.

3. a) Écrire l'équation de la réaction de précipitation des ions argent avec les ions chlorure. Déterminer puis calculer la constante  $K_1^0$  de cet équilibre.

b) Écrire l'équation de la réaction de précipitation des ions argent avec les ions chromates (le coefficient stœchiométrique de  $\text{Ag}_{(\text{aq})}^+$  sera pris égal à 1). Déterminer puis calculer la constante  $K_2^0$  de cet équilibre.

c) Justifier l'ordre dans lequel ont lieu les réactions. Ce résultat est-il en accord avec l'affirmation présente en introduction : « L'équivalence est repérée par l'apparition d'un précipité rouge brique de chromate d'argent. »

4. a) Déterminer littéralement puis numériquement la concentration  $C_1$  des ions chlorure dans la solution  $S_1$ .

b) En déduire la concentration  $C_0$  des ions chlorure dans la solution  $S_0$ .

5. Montrer que le précipité de chlorure d'argent apparaît dès l'ajout de la première goutte de la solution de nitrate d'argent dans le bécher.

6. Tracer un diagramme d'existence, en  $\text{pAg} = -\log\left([\text{Ag}_{(\text{aq})}^+]/c^0\right)$ , pour les précipités de chlorure d'argent et de chromate d'argent dans le volume  $V_2$  de solution  $S_2$ , dans le cas où il n'y aurait pas de variation de volume de la solution quand on ajoute la solution d'ions argent.

7. Déterminer la concentration en ions argent (I) dans le bécher lorsque le précipité rouge brique apparaît ; en déduire celle des ions chlorure à cet instant. Le dosage est-il quantitatif ?

DONNÉES À 298 K :

★ produits de solubilité :  $\text{AgCl}_{(\text{s})}$  :  $\text{p}K_{\text{s}1} = 9,8$  et  $\text{Ag}_2\text{CrO}_{4(\text{s})}$  :  $\text{p}K_{\text{s}2} = 12,0$

★ avec la verrerie utilisée ici,  $V_{\text{goutte}} = 5,0 \cdot 10^{-2}$  mL

## II. Mouvement dans un tube d'oscilloscope

La figure ci-dessous à gauche montre le tube d'un ancien oscilloscope<sup>1</sup>, de petite dimension, dans lequel des électrons émis par la cathode sont accélérés et déviés vers un écran luminescent. La déviation est assurée par le passage des électrons entre les plaques de deux condensateurs plans : un pour la déviation horizontale, l'autre pour la déviation verticale. L'étude qui suit ne concernera que le condensateur responsable de la déviation verticale.



Petit tube d'oscilloscope,  
de longueur d'environ 20 cm

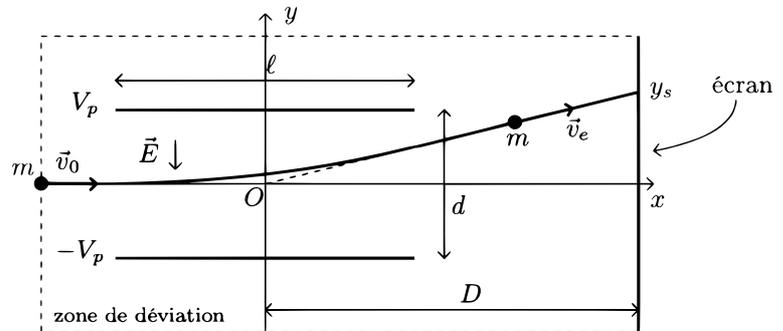


Schéma de la zone de déviation

On modélise la trajectoire d'un électron de la façon suivante (figure à droite ci-avant, où la zone de déviation est grisée) :

- \* on négligera l'effet de la pesanteur ;
- \* l'électron est émis à vitesse nulle par effet thermo-électronique au niveau de la cathode portée au potentiel nul, il est accéléré à l'aide d'une tension  $V_0 > 0$  afin d'acquérir à l'entrée de la zone de déviation une vitesse  $\vec{v}_0$  ;
- \* pendant son trajet dans la zone de déviation, il est soumis à un champ électrique  $\vec{E}$  lié aux potentiels  $\pm V_p$  (avec  $V_p > 0$ ) des plaques du condensateur, de longueur  $\ell$  et séparées par une distance  $d$ . Dans cette zone, le potentiel  $V$  varie de façon linéaire et ne dépend que de  $y$  ;
- \* poursuivant son mouvement, il arrive sur la surface de l'écran à une distance  $y_s$  de l'axe  $Ox$ , l'écran étant situé à la distance  $D$  du centre du condensateur.

1. En raisonnant de façon énergétique, déterminer la vitesse  $\vec{v}_0$  de l'électron à l'entrée de la zone de déviation. Faire l'application numérique.
2. On modélise les plaques de déviation comme un condensateur sans effets de bord : le champ électrique est donc considéré comme nul si  $|x| > \ell/2$  et uniforme si  $|x| \leq \ell/2$ ,  $\vec{E}$  étant parallèle à l'axe  $Oy$ . Déterminer le champ  $\vec{E}$  entre les plaques en fonction de  $V_p$  et  $d$ .
3. On suppose que la vitesse d'entrée de l'électron dans la zone de déviation est  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ . En appliquant les lois de la mécanique, établir l'équation de la trajectoire  $y(x)$  de l'électron entre les plaques (pour  $|x| \leq \ell/2$ ).  $y(x)$  sera exprimée en fonction de  $e$ ,  $V_p$ ,  $\ell$ ,  $m$ ,  $d$ ,  $v_0$  et  $x$ .
4. a) Déterminer l'équation de la trajectoire pour  $x > \ell/2$ .  $y(x)$  sera exprimée en fonction des mêmes grandeurs que précédemment.  
b) En déduire l'ordonnée du spot sur l'écran  $y_s$  en fonction de  $V_p$ ,  $V_0$ ,  $\ell$ ,  $D$  et  $d$ .  
c) Faire l'application numérique pour  $y_s$ .

DONNÉES :

- \* masse d'un électron  $m = 9,11 \times 10^{-31}$  kg ;
- \* charge élémentaire  $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C ;
- \*  $V_0 = 950$  V,  $V_p = 180$  V,  $D = 7,00$  cm,  $d = 2,00$  cm et  $\ell = 4,00$  cm ;
- \* en coordonnées cartésiennes :  $\vec{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{u}_x + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{u}_y + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{u}_z$

1. Les oscilloscopes actuels sont numériques et fonctionnent avec des écrans LCD.

### III. Autour d'ITER

Le projet ITER est un projet international destiné à montrer la faisabilité scientifique et technique de la fusion thermonucléaire contrôlée. Le 28 juin 2005, les pays engagés dans le projet ITER, c'est-à-dire les 25 pays de l'Union Européenne, le Japon, la Russie, les États-Unis, la Chine et la Corée du Sud, ont décidé officiellement de construire le réacteur expérimental ITER en France, à Cadarache (Bouches-du-Rhône). L'Inde a rejoint le projet en décembre 2005. La Suisse et le Brésil pourraient faire de même dans l'avenir. La durée de la construction du réacteur sera de 10 ans. L'exploitation du réacteur proprement dit devrait s'étaler sur environ 20 ans. Le coût total du projet a été estimé à 10 milliards d'euros.

Le but du problème dont est tiré cette partie était d'examiner, de manière très simplifiée, certains aspects de la fusion thermonucléaire contrôlée. Dans ce sujet, nous n'avons extrait que les parties sur la fusion et le confinement du plasma.

#### III.1 Autour de la fusion thermonucléaire

L'une des difficultés que l'on rencontre pour obtenir une réaction de fusion est due à la répulsion électrostatique entre les deux noyaux positifs de deutérium et de tritium. Pour fusionner, les deux noyaux doivent s'approcher suffisamment près l'un de l'autre, à des distances de l'ordre de  $r_0 = 10^{-15}$  m.

1. Considérons une charge ponctuelle, de charge  $e$ , immobile en un point O de l'espace et une deuxième charge  $e$  en un point M de l'espace situé à la distance  $OM = r$ .

Déterminer l'énergie potentielle  $E_p(r)$  liée à l'interaction électrostatique. On prendra  $E_p = 0$  à l'infini.

2. On considère toujours une charge ponctuelle  $e$  immobile en O. Une autre charge ponctuelle, portant la même charge  $e$ , se trouve au point M. Son vecteur vitesse initial est :  $\vec{v}_M(t=0) = \vec{v}_0 = -v_0 \vec{u}_r$  où  $v_0 > 0$  et  $\vec{u}_r$  est le vecteur unitaire  $\vec{u}_r = \vec{OM}/r$ . En d'autres termes, sa vitesse initiale est dirigée vers le point O. Cette particule a une masse  $m$ . On néglige toute force gravitationnelle. Exprimer l'énergie mécanique de cette particule au point M en fonction de  $m$ ,  $r$ ,  $v_0$  et de constantes fondamentales.
3. On suppose que la distance  $r$  est initialement très grande (« infinie »). Quelle doit être l'énergie cinétique initiale minimale  $E_{c0min}$  de la particule en M pour pouvoir se rapprocher de O à une distance inférieure à  $r_0$  ?
4. On admet qu'on peut définir la température T à partir de l'énergie cinétique initiale  $E_{c0min}$  à partir de la relation  $kT = E_{c0min}$  où  $k$  est la constante de Boltzmann.

Déterminer puis calculer la température minimale qui permet la réaction de fusion.

En réalité, pour diverses raisons qui sortent du cadre de la physique classique, on peut obtenir la réaction de fusion nucléaire pour des températures nettement moins élevées que l'estimation précédente, de l'ordre de  $2.10^8$  K. À une telle température, la matière est à l'état de plasma, c'est-à-dire de gaz ionisé ; le milieu est donc un mélange de noyaux et d'électrons libres. Pour réaliser la fusion dite thermonucléaire contrôlée, le principe retenu par ITER est celle d'un confinement magnétique du plasma.

### III.2 Mouvement dans un champ magnétique

Les particules constituant le plasma étant chargées, elles subissent l'action d'un champ magnétique. On commence par étudier le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme.

Le référentiel d'étude, supposé galiléen, est muni d'un repère  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ . Le champ magnétique  $\vec{B}$  est uniforme, stationnaire et dirigé selon  $Oz$  :  $\vec{B} = B\vec{u}_z$  où  $B > 0$ . La particule étudiée, de masse  $m$ , porte une charge  $q > 0$ .

- La particule étudiée se trouve initialement en  $O$  avec une vitesse initiale colinéaire à  $\vec{B}$  :  $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_z$  avec  $v_0 > 0$ . Déterminer le mouvement de la particule (trajectoire et position).
- La particule étudiée a maintenant la vitesse initiale :  $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_y$  avec  $v_0 > 0$ . Les composantes de la vitesse  $\vec{v}$  de la particule selon  $Ox, Oy$  et  $Oz$  sont notées respectivement  $v_x, v_y$  et  $v_z$ .

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, et en introduisant  $\omega_0$  telle que  $\omega_0 = -\frac{qB}{m}$ , déterminer les expressions de  $\dot{v}_x, \dot{v}_y$  et  $\dot{v}_z$  en fonction de  $v_x, v_y$  et  $\omega_0$ .

On pourra désormais considérer  $\omega_0$  comme donnée de l'énoncé.

- En déduire les équations différentielles découplées vérifiées par  $v_x$  et  $v_y$ .
- Résoudre complètement ces équations et trouver les expressions de  $v_x$  et  $v_y$  en fonction du temps.
- Intégrer les expressions précédentes et déterminer les coordonnées  $x, y$  et  $z$  de la particule en fonction du temps. On donne la position initiale de la particule :

$$\begin{cases} x_0 = \frac{v_0}{\omega_0} \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

- Déterminer la trajectoire de la particule.
- Faire un schéma de la trajectoire dans le plan  $Oxy$  montrant clairement le sens du mouvement de la particule.
- On considère maintenant une particule dont la vitesse initiale est :

$$\vec{v}_0 = \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = v_{\perp} \\ v_z = v_{\parallel} \end{cases}$$

où  $v_{\perp}$  et  $v_{\parallel}$  sont des grandeurs positives.

Justifier que la trajectoire de la particule est une hélice dont on exprimera le pas  $h$  en fonction de  $v_{\parallel}$  et  $\omega_0$ .

DONNÉES :

- ★ Dans tout le problème, on néglige le poids de la particule ;
- ★ Déplacement élémentaire en coordonnées sphériques :  $d\vec{OM} = dr\vec{u}_r + r d\theta\vec{u}_{\theta} + r \sin(\theta) d\varphi\vec{e}_{\varphi}$  ;
- ★  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$  ;
- ★  $r_0 = 10^{-15} \text{ m}$  ;
- ★ Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$  ;
- ★ Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- ★ Charge élémentaire :  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;
- ★ Permittivité du vide :  $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ .

## IV. Mesure de l'intensité du champ de pesanteur terrestre en un point

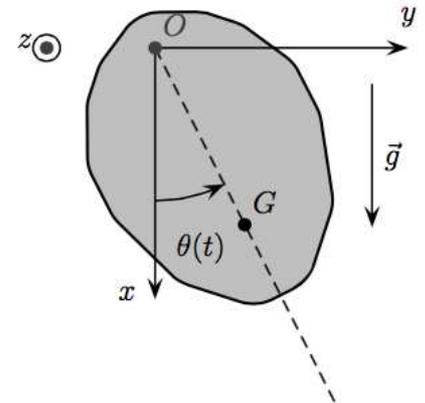
Un expérimentateur désire mesurer l'intensité du champ de pesanteur terrestre.

Un pendule est composé par un solide de masse  $m$ , de centre d'inertie  $G$ , mobile autour d'un axe horizontal  $(Oz)$  et de moment d'inertie  $J$  par rapport à l'axe  $(Oz)$ .

Il peut effectuer des mouvements de rotation dans le plan vertical  $(Oxy)$ , autour de l'axe horizontal  $(Oz)$ . La position du pendule est repérée par l'angle  $\theta$  entre la droite  $(OG)$  et la verticale descendante. On notera  $a$  la distance  $OG$ .

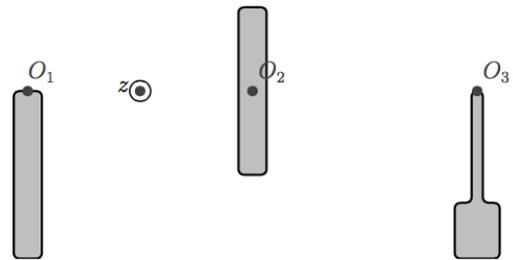
L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. Les frottements au niveau de l'axe de rotation et les frottements de l'air seront négligés.

Le pendule ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur  $\vec{g}$  tel que  $\vec{g} = g\vec{e}_x$ .



1. Quel est le nom de la liaison permettant de faire tourner le solide autour de l'axe de rotation ?
2. Donner la définition du moment d'inertie d'un système de points.

On considère trois objets représentés ci-contre de moment d'inertie  $J_1, J_2, J_3$  par rapport à leur axe de rotation respectif  $(O_1z)$ ,  $(O_2z)$  et  $(O_3z)$ . Les masses des objets sont les mêmes et les objets ne sont faits que d'un seul matériau (densité uniforme). Lequel des trois moments d'inertie est le plus faible ? Lequel est le plus élevé ? Justifier brièvement.



3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle  $\theta$  au cours du temps.
4. En déduire la période  $T$  des petites oscillations du pendule autour de sa position d'équilibre, repérée par  $\theta = 0$ . On exprimera  $T$  en fonction de  $J$ ,  $m$ ,  $a$  et  $g$ .
5. On souhaite étudier l'influence d'une variation d'intensité  $\Delta g$  du champ de pesanteur sur la période du pendule. Pour cela, on définit la sensibilité  $s$  du pendule comme le rapport  $s = \frac{\Delta T}{T}$  où  $\Delta T$  représente une variation infiniment petite de la période du pendule engendrée par une variation infiniment petite  $\Delta g$  du champ de pesanteur.
  - a) On note  $T_1$  la période obtenue lorsque l'intensité du champ de pesanteur est  $g$  et  $T_2$  lorsqu'elle est  $g + \Delta g$ . À l'aide d'un développement limité à l'ordre 1, exprimer  $T_2$  en fonction de  $T_1$  et de  $\frac{\Delta g}{g}$ . On rappelle que  $(1 + \varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon$  où  $\varepsilon$  est une grandeur sans dimension telle que  $|\varepsilon| \ll 1$ .
  - b) En déduire  $s$  en fonction de  $\frac{\Delta g}{g}$ .

