

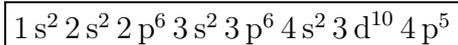
DE L'ÉLEC ET UN PEU DE CHIMIE

I. Molécules et solvants

I.1 Des molécules diatomiques homonucléaires.

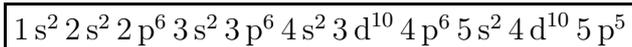
I.1.a Le fluor, le chlore, le brome et l'iode appartiennent à la famille des halogènes.

I.1.b Le brome est le troisième halogène. Il appartient donc à la quatrième période et à la 17^{ème} colonne du tableau périodique. Sa configuration électronique est ainsi :



Le numéro atomique du brome est donc $Z(\text{Br})=35$.

L'iode est le quatrième halogène. Il appartient donc à la cinquième période et à la 17^{ème} colonne du tableau périodique. Sa configuration électronique est ainsi :



Le numéro atomique de l'iode est donc $Z(\text{I})=53$.

I.1.c i. Les dihalogènes sont des molécules diatomiques homonucléaires.

Les molécules citées sont apolaires.

ii. Ainsi, seules les forces de Van der Waals de type London interviennent pour unir les molécules les unes aux autres.

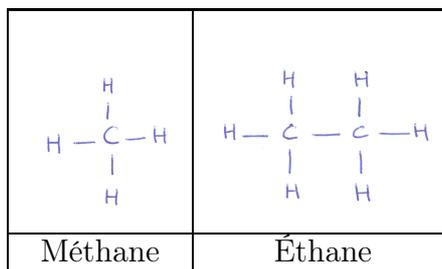
Plus on descend dans une colonne du tableau périodique, plus la taille des atomes augmente. Il y a par conséquent une augmentation de la polarisabilité des atomes donc des molécules diatomiques.

Les forces de London augmentent donc en intensité de F_2 à I_2 .

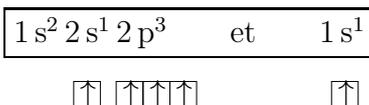
Pour F_2 et Cl_2 , ces forces sont trop faibles pour maintenir un état condensé à 0°C : ces corps simples sont gazeux.

Pour Br_2 , le corps simple est liquide. Les forces de London sont suffisantes pour maintenir un état condensé, mais insuffisantes pour obtenir un solide cristallisé.

Pour I_2 , les forces de London sont beaucoup plus élevées ; les molécules sont alors très liées les unes aux autres et on obtient un solide cristallin.

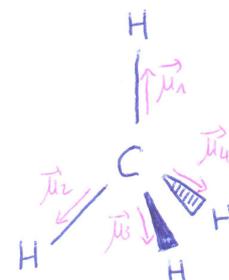
I.2 Des molécules carbonées.**I.2.a** i. Les schémas de Lewis sont les suivants :

En effet, les configurations électroniques du carbone et de l'hydrogène sont respectivement



Il y a ainsi 8 électrons de valence à répartir dans le méthane (4 doublets) et 14 dans l'éthane (7 doublets).

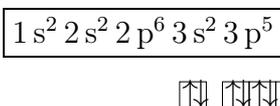
- ii. La molécule de méthane a la géométrie suivante :
Le carbone est très légèrement plus électronégatif que l'hydrogène. Chaque liaison C-H est donc très faiblement polarisée. Sont représentés sur cette molécule les moments dipolaires des quatre liaisons C-H de la molécule d'éthane. Le tétraèdre est régulier, on a $\vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2 + \vec{\mu}_3 + \vec{\mu}_4 = \vec{0}$.



La molécule de méthane n'est pas polaire.

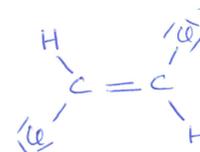
- iii. Les alcanes linéaires sont très peu polaires (car l'électronégativité de l'hydrogène est très proche de celle du carbone) ou même rigoureusement apolaires pour certains par raison de symétrie (méthane, éthane). Ils ne donnent donc entre eux pratiquement que des forces de Van der Waals de type London.

L'augmentation de la température d'ébullition avec la longueur de chaîne est un phénomène très général. Il s'explique simplement par l'augmentation du nombre d'atomes impliqués dans les forces de London, par l'augmentation globale de la taille du nuage électronique.

I.2.b i. La configuration électronique du chlore ($Z=17$) s'écrit

Le schéma de Lewis du (E)-1,2-dichloroéthène est :

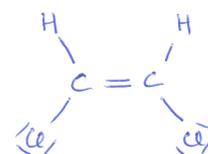
Cette molécule présente un centre de symétrie. Elle n'est pas polaire.



- ii. Le schéma de Lewis du diastéréo-isomère (Z) est le suivant :

Cette molécule ne présente pas de centre de symétrie.
La somme des moments dipolaires est non nulle.

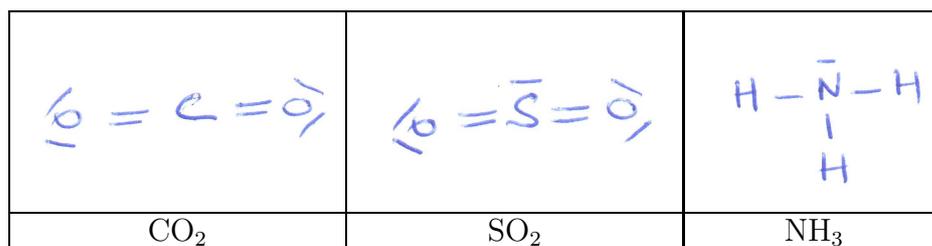
Le diastéréo-isomère (Z) est donc polaire.



iii. Le (E)-1,2-dichloroéthène est apolaire alors que l'isomère Z est polaire. Pour des corps purs moléculaires de structures proches, une température de fusion (ou d'ébullition) plus élevée traduit l'existence de forces intermoléculaires plus intenses. Les molécules de l'isomère Z s'attirent par des interactions électrostatiques dipôle permanent/dipôle permanent, c'est-à-dire qu'en plus des forces de London, l'isomère Z donnera lieu à des forces de Keesom (et de Debye); sa température d'ébullition est donc plus élevée que l'isomère E, qui ne donne que les forces de London.

I.3 Solubilité de différents gaz.

I.3.a Les schémas de Lewis sont les suivants :



En effet, les structures électroniques de l'oxygène et de l'azote (Z=7) sont respectivement :



Et celle du soufre est : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 3d^1$

$$\uparrow\downarrow \uparrow\uparrow\uparrow \uparrow \square \square \square \square$$

Le soufre présente ici un cas d'hypervalence.

I.3.b La molécule de CO₂ est linéaire et apolaire, SO₂ est coudée et polaire, NH₃ est pyramidale et polaire.

I.3.c On constate que $S(\text{CO}_2) < S(\text{SO}_2) < S(\text{NH}_3)$.

Compte tenu de la réponse à la question précédente, CO₂ ne peut effectuer avec l'eau que des interactions de van der Waals de type London ou Debye. C'est une molécule hydrophobe.

SO₂ est polaire, donc réalise les trois types de forces de van der Waals avec l'eau (London et Keesom). Elle est donc plus soluble que CO₂.

NH₃ est polaire, donc réalise avec l'eau les trois types de forces de van der Waals, mais elle possède également des atomes d'hydrogène capables de réaliser des liaisons hydrogène avec l'eau. Ces liaisons sont très nombreuses, aussi bien entre l'atome d'azote de l'ammoniac et les atomes d'hydrogène de l'eau, qu'entre l'atome d'oxygène de l'eau et les atomes d'hydrogène de l'ammoniac.

NH₃ s'incorpore donc parfaitement dans l'eau, d'où sa solubilité exceptionnelle.

II. La piscine à vagues

II.1 Exploitation de la relation $c^2 = gH + \frac{4\pi^2 HA}{\rho\lambda^2}$

II.1.a ρ est une masse volumique $\dim(\rho) = \text{M.L}^{-3}$

D'après la relation précédente :

$$\dim(c)^2 = \frac{\dim(4\pi^2)\dim(H)\dim(A)}{\dim(\rho)\dim(\lambda)^2} \Rightarrow \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-2} = \frac{\text{L} \cdot \dim(A)}{\text{M} \cdot \text{L}^{-3} \cdot \text{L}^2}$$

d'où $\dim(A) = \text{M} \cdot \text{T}^{-2}$

II.1.b En posant $A = 0$, on a simplement $c^2 = gH$

d'où $H = \frac{c^2}{g}$

Application numérique : $H = 1,6 \text{ m}$

II.2 Onde incidente $z_i(x, t)$

II.2.a Pour une onde progressive dans le sens des x croissants :

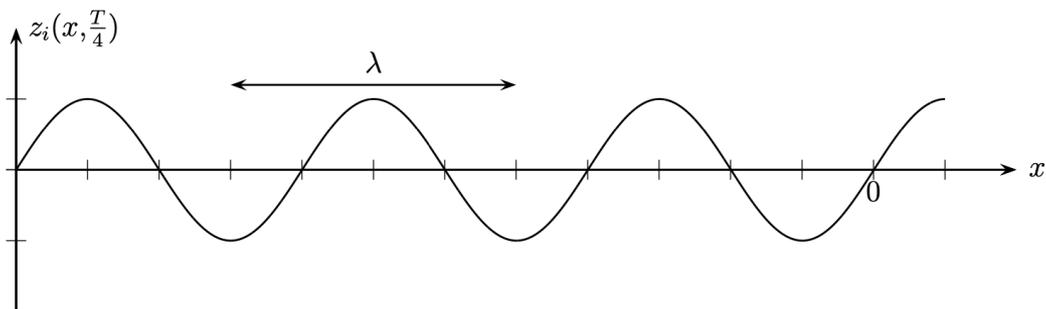
$$z_i(x, t) = z_i\left(-L, t - \frac{x+L}{c}\right) = Z_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{x+L}{c}\right)\right]$$

d'où $z_i(x, t) = Z_m \cos(\omega t - k(x+L))$

II.2.b On en déduit, à $t = \frac{T}{4}$ avec $\omega = \frac{2\pi}{T}$:

$$z_i\left(x, \frac{T}{4}\right) = Z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} - \frac{\omega}{c}(x+L)\right) = Z_m \cos\left(\frac{\pi}{2} - k(x+L)\right)$$

$$z_i\left(x, \frac{T}{4}\right) = Z_m \sin(k(x+L)) = Z_m \sin\left(\frac{2\pi(x+L)}{\lambda}\right)$$



II.3 Onde réfléchi $z_r(x, t)$

II.3.a Le déphasage entre $z_i(0, t)$ et $z_r(0, t)$ doit être nul modulo 2π pour qu'il y ait interférence constructive des deux ondes en $x = 0$.

II.3.b $z_r(0, t)$ a la même amplitude, la même pulsation et la même phase à l'origine que $z_i(0, t)$, on a donc $z_r(0, t) = z_i(0, t) = Z_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega \times (0 + L)}{c}\right)$.

d'où

$$z_r(0, t) = Z_m \cos(\omega t - kL)$$

Comme il s'agit d'une onde progressive dans le sens des x décroissants, on a

$$z_r(x, t) = z_r(0, t + \frac{x}{c}) = Z_m \cos\left[\omega\left(t + \frac{x - L}{c}\right)\right]$$

d'où

$$z_r(x, t) = Z_m \cos(\omega t + k(x - L))$$

II.4 Onde stationnaire $z(x, t) = z_i(x, t) + z_r(x, t)$

II.4.a On calcule $z(x, t) = Z_m \cos(\omega t - k(x + L)) + Z_m \cos(\omega t + k(x - L))$

$$z(x, t) = 2Z_m \cos\left(\frac{\omega t - kx - kL + \omega t + kx - kL}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega t - kx - kL - (\omega t + kx - kL)}{2}\right)$$

d'où

$$z(x, t) = 2Z_m \cos(\omega t - kL) \cos(kx) = 2Z_m f(x) \cdot g(t)$$

avec

$$f(x) = \cos(kx) \quad \text{et} \quad g(t) = \cos(\omega t - kL)$$

II.4.b Pour qu'il apparaisse un nœud de vibration en $x = -L$, il faut que $\forall t, z(x = -L, t) = 0$. Puisque $g(t)$ ne s'annule pas pour tout t , c'est que soit $Z_m = 0$ (auquel cas il n'y a pas d'onde), soit $f(x)$ s'annule en $x = -L$.

D'où $\cos(-kL) = \cos(kL) = 0 \Rightarrow kL = \frac{\pi}{2} + n\pi, n$ entier

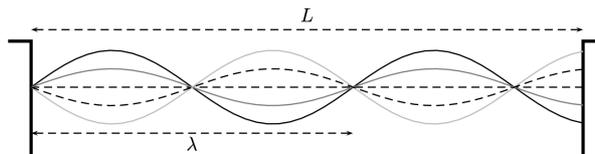
Or $kL = \frac{\omega L}{c} = \frac{2\pi L}{cT} = \frac{2\pi L}{\lambda}$

On en déduit la condition pour que des ondes puissent se propager : $\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + n\pi$.

Finalement

$$L = n\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}, n \in \mathbb{N}$$

II.4.c On dessine la piscine et l'onde stationnaire dans le cas où il y a un ventre à droite et un nœud à gauche et 4 nœuds.



II.4.d Dans le mode précédent, on a $n = 3$:

$$L = 3\frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4} = \frac{7}{4}cT$$

Application numérique :

$$L = 7,0 \text{ m}$$

III. Fuite précipitée de James Bond

III.1 On a une accélération constante γ_0 . En prenant pour origine des temps l'instant où l'avion démarre avec une vitesse nulle on obtient par intégration l'expression de la vitesse $v(t)$ et de la distance parcourue $x(t)$:

$$\gamma(t) = \frac{dv}{dt}(t) = \gamma_0 \quad \Rightarrow \quad v(t) = \gamma_0 t \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{2} \gamma_0 t^2$$

Sachant que l'avion atteint la vitesse $v_0 = 144 \text{ km.h}^{-1} = 40 \text{ m.s}^{-1}$ à l'instant $t_0 = 8,0 \text{ s}$ (fin de la phase de décollage), on en déduit :

$$\gamma_0 = \frac{v(t_0)}{t_0} = \frac{v_0}{t_0} = 5,0 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{et} \quad x(t_0) = \frac{1}{2} v_0 t_0 = 1,6 \cdot 10^2 \text{ m}$$

III.2 Le mouvement étant circulaire et uniforme, il est judicieux d'introduire une base polaire dont l'origine correspond au centre de rotation O :

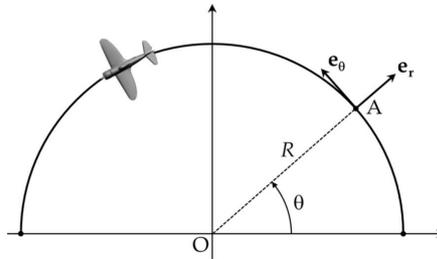


FIGURE 1 – Lancement des roquettes à éviter

Dans cette base de projection, la position, la vitesse et l'accélération de l'avion ont respectivement pour expression :

$$\vec{OA} = R \vec{e}_r \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = R \dot{\theta} \vec{e}_\theta = v_0 \vec{e}_\theta \quad \Rightarrow \quad \vec{\gamma} = -v_0 \dot{\theta} \vec{e}_r = -\frac{v_0^2}{R} \vec{e}_r$$

Pour que le pilote ne s'évanouisse pas, il faut que $\|\vec{\gamma}\| = \frac{v_0^2}{R} < 5g$.

D'où

$$R > R_{\min} \quad \text{avec} \quad R_{\min} = \frac{v_0^2}{5g} = 32 \text{ m}$$

III.3 Le demi-tour de longueur πR est effectué avec une vitesse constante v_0 . La durée $\tau = \pi R / v_0$ de la manœuvre vérifie donc :

$$\tau > \tau_{\min} = \frac{\pi R_{\min}}{v_0} = \frac{\pi v_0}{5g} \simeq 2,5 \text{ s}$$

III.4 Mouvement sans frottement.

- ★ Référentiel : référentiel terrestre, galiléen ;
- ★ Système : roquette, assimilée à un point matériel M de masse m ;
- ★ Hypothèses : pas de frottements ;
- ★ Bilan des actions s'exerçant sur m :
 - le poids : $\vec{P} = m \vec{g} = -mg \vec{e}_z$.
- ★ Cinématique : $O\vec{A} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$, $\vec{v} = \dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z$ et $\vec{\gamma} = \ddot{x}\vec{e}_x + \ddot{y}\vec{e}_y + \ddot{z}\vec{e}_z$.

III.4.a D'après le principe fondamental de la dynamique :

$$m \vec{\gamma} = m \vec{g} \quad \Rightarrow \quad \vec{\gamma} = \vec{g} = -g \vec{e}_z$$

La roquette est lancée depuis la position $(x = 0, y = 0, z = 0)$ et la vitesse initiale est $\vec{v}_1 = v_1 \cos(\alpha) \vec{e}_x + v_1 \sin(\alpha) \vec{e}_z$.

On obtient directement que :

$$y(t) = 0 : \text{le mouvement de fait dans le plan } (xOz)$$

Par ailleurs, en projetant sur l'axe (Ox) et l'axe (Oy) :

$$\ddot{x}(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{x}(t) = v_1 \cos(\alpha) \quad \Rightarrow \quad x(t) = v_1 \cos(\alpha) t$$

$$\ddot{z}(t) = -g \quad \Rightarrow \quad \dot{z}(t) = v_1 \sin(\alpha) - gt \quad \Rightarrow \quad z(t) = v_1 \sin(\alpha) t - \frac{1}{2} g t^2$$

III.4.b Soit $t_1 > 0$ l'instant où la roquette touche le sol (position $z = 0$), on a alors :

$$z(t_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 \underbrace{\left(v_1 \sin(\alpha) - \frac{1}{2} g t_1 \right)}_{=0} = 0$$

On a donc

$$t_1 = \frac{2v_1 \sin \alpha}{g}$$

$$p = x(t_1) = v_1 \cos(\alpha) t_1 = \frac{2v_1^2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)}{g}$$

d'où

$$p = \frac{v_1^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

III.4.c La portée est donc maximale lorsque $\sin(2\alpha)$ est maximal, soit $\sin(2\alpha) = 1$ et donc $\alpha = \pi/4$.

D'où

$$p_{\max} = \frac{v_1^2}{g}$$

Finalement

$$v_1 = \sqrt{p_{\max} g} = 70 \text{ m.s}^{-1}$$

III.4.d Pour déterminer l'équation $z(x)$ de la trajectoire, il faut éliminer le paramètre t dans les équations horaires précédentes. On obtient alors :

$$t = \frac{x}{v_1 \cos \alpha} \quad \Rightarrow \quad z = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} x - \frac{g x^2}{2v_1^2 \cos^2(\alpha)}$$

d'où

$$z = \tan(\alpha) x - \frac{g}{2v_1^2} (1 + \tan^2(\alpha)) x^2$$

L'angle α n'apparaît en effet que par l'intermédiaire de sa tangente.

III.4.e Pour qu'un point $N(x, z)$ puisse être atteint par une roquette, il faut qu'il existe un angle α tel que les coordonnées (x, z) vérifient la relation $z(x)$ précédente. Or, lorsque les coordonnées (x, z) sont fixées, l'équation précédente correspond à une équation du second degré vérifiée par $\tan(\alpha)$:

$$\tan^2(\alpha) - \frac{2v_1^2}{gx} \tan(\alpha) + \left(1 + \frac{2v_1^2 z}{gx^2}\right) = 0$$

On peut trouver une solution réelle de $\tan(\alpha)$ (et donc un angle α) si et seulement si le discriminant de l'équation est positif, soit :

$$\Delta = \frac{4v_1^4}{g^2 x^2} - 4 \left(1 + \frac{2v_1^2 z}{gx^2}\right) \geq 0 \Rightarrow v_1^4 - 2v_1^2 gz - g^2 x^2 \geq 0 \Rightarrow z \leq \frac{v_1^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_1^2}$$

Seuls les points situés sous la courbe (C) d'équation $z = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{gx^2}{2v_1^2}$ peuvent donc être atteints par un tir de roquette. Les points situés au dessus ne pourront jamais être atteints. L'équation de cette courbe est une parabole.

NB : On peut aussi dériver par rapport à α ou $\tan(\alpha)$ pour trouver le maximum de $z(x, \alpha)$ à x fixé et α variable. On trouve le même résultat en n'oubliant pas que x est la constante et α la variable.

III.4.f Justification :

- D'après son équation, la courbe (C) est une parabole ;
- cette courbe délimite une zone en dehors de laquelle on est à l'abri d'un tir de roquette : (C) délimite donc une zone de sécurité.

III.5 Mouvement avec frottement fluide.

★ Nouveau bilan des actions s'exerçant sur m :

- le poids : $\vec{P} = m \vec{g} = -mg \vec{e}_z$;
- la force de frottement due à l'air : $\vec{F} = -k \vec{v}$.

III.5.a Analyse dimensionnelle :

$$\dim(k) = \frac{\dim(F)}{\dim(v)} = \frac{\dim(ma)}{\dim(v)} = \frac{M.L.T^{-2}}{L.T^{-1}} = M.T^{-1}$$

Dans le système international, k s'exprime donc en $kg.s^{-1}$

III.5.b En appliquant le principe fondamental de la dynamique avec le nouveau bilan des actions :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{g} + \vec{F} = m \vec{g} - k \vec{v} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{k}{m} \vec{v} = \vec{g}$$

Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants vérifiée par le vecteur vitesse \vec{v} .

III.5.c Cette équation différentielle est caractéristique d'un phénomène du premier ordre et l'on aura ainsi un régime transitoire suivi d'un régime permanent. Le régime permanent est de même nature que le second membre de l'équation, c'est-à-dire constant : le vecteur vitesse \vec{v} atteindra donc une valeur constante \vec{v}_{lim} au bout d'un temps suffisamment long. Lorsque $\vec{v} = \vec{v}_{\text{lim}} = \vec{C}^{\text{te}}$, l'équation différentielle devient :

$$\vec{0} + \frac{k}{m} \vec{v}_{\text{lim}} = \vec{g} \Rightarrow \vec{v}_{\text{lim}} = \frac{m}{k} \vec{g}$$

- III.5.d** On sait que la solution d'une équation différentielle est la somme d'une solution particulière \vec{v}_{SP} et de la solution $\vec{v}_{\text{SH}}(t)$ de l'équation différentielle sans second membre (équation homogène) :
- ★ \vec{v}_{SP} : d'après la question précédente, on sait que $\vec{v} = \vec{v}_{\text{lim}}$ est une solution particulière ;
 - ★ $\vec{v}_{\text{SH}}(t)$: l'équation homogène s'écrit : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau}\vec{v} = \vec{0}$ en posant $\tau = \frac{m}{k}$ (ce qui est bien homogène à un temps d'après la question 5.a). Les solutions de cette équation sont de la forme $\vec{v}(t) = \vec{A}e^{-t/\tau}$, où \vec{A} est un vecteur constant.

La solution générale de l'équation différentielle avec second membre s'écrit donc :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_{\text{lim}} + \vec{A}e^{-t/\tau}$$

Le vecteur \vec{A} est déterminé par la condition initiale $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_1$, soit :

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{\text{lim}} + \vec{A} \quad \Rightarrow \quad \vec{A} = \vec{v}_1 - \vec{v}_{\text{lim}}$$

Finalement,

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_{\text{lim}} + e^{-t/\tau}(\vec{v}_1 - \vec{v}_{\text{lim}})}$$

