

DM8 : Thermodynamique, mécanique du solide

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous rendrez une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : CHUTE D'UNE TARTINE BEURRÉE

La chute d'une tartine beurrée est une illustration de la loi de Murphy qui stipule¹ que tout ce qui est susceptible d'aller mal, ira mal. En l'occurrence, lorsqu'une tartine beurrée tombe d'une table, on observe qu'elle tombe *toujours* le côté beurré du côté du sol.

On modélise une tartine par un parallélépipède rectangle de longueur $2a$, de largeur b et de hauteur e . La masse m de la tartine est uniformément répartie. La tartine est placée au bord d'une table de hauteur h . On décrit le mouvement de la tartine dans le référentiel \mathcal{R}_T supposé galiléen.

On définit le repère cartésien associé (O, x, y, z) : Le point O est au bord de la table, l'axe x pointe vers l'extérieur de la table, l'axe Ox est porté par le rebord de la table et l'axe Oz pointe vers le bas. Les petits côtés de la tartine sont parallèles à Ox .

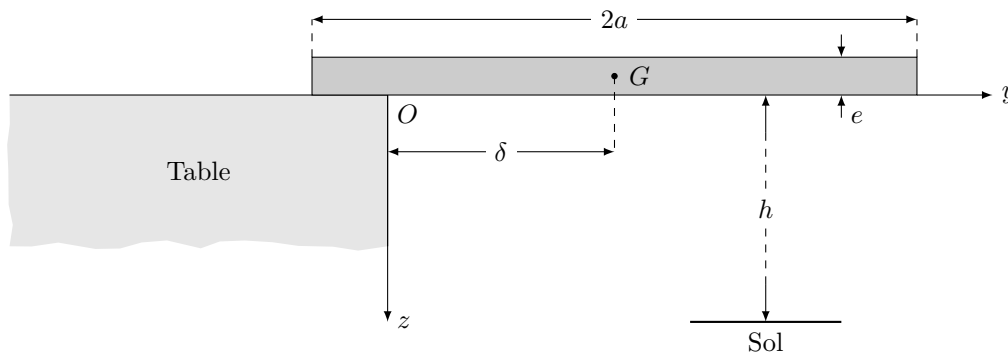


FIGURE 1 – Position initiale de la tartine. L'échelle n'est pas respectée.

À l'instant initial, la tartine, supposée d'épaisseur nulle, est horizontale et immobile. Les coordonnées de son centre de gravité sont $(0, \delta, 0)$. La tartine amorce une rotation sans glissement autour de l'arrête Ox du bord de la table. À l'instant t , la tartine est repérée par l'angle θ qu'elle forme avec l'horizontale, et sa vitesse angulaire est $\omega = \dot{\theta}$. En négligeant l'épaisseur e devant la longueur a , on montre que le moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe Gx , parallèle à Ox passant par G , est $J_{Gx} = \frac{1}{3}ma^2$; le moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe Ox passant par O est $J_{Ox} = m(\frac{1}{3}a^2 + \delta^2)$.

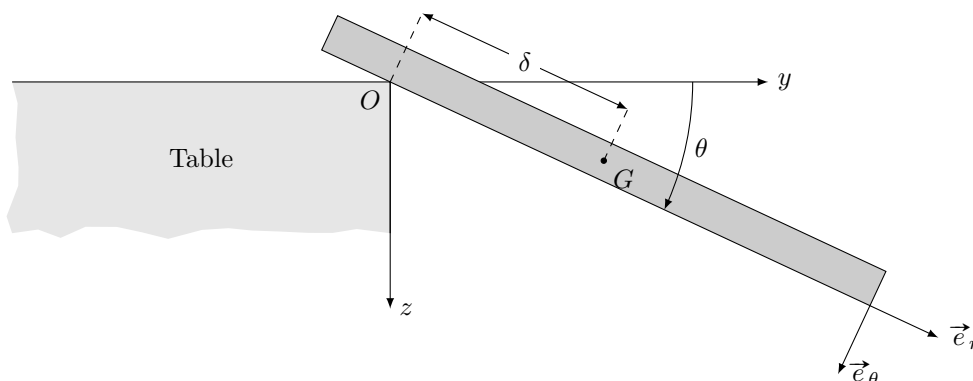


FIGURE 2 – Rotation de la tartine. L'échelle n'est pas respectée.

1. La réaction de la table sur la tartine est décomposée en une réaction normale $\vec{N} = -N\vec{e}_\theta$ et une réaction tangentielle $\vec{T} = -T\vec{e}_r$. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la tartine, exprimer N et T en fonction de $m, g, \delta, \theta, \dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.

1. C'est une des manières d'énoncer cette loi qui n'est pas réellement une loi physique, et peut avoir tout un tas d'interprétations différentes (physique, statistique, psychologique,...)

2. On définit le coefficient de surplomb $\eta = \frac{\delta}{a}$, δ est appelée distance de surplomb. Montrer que la vitesse angulaire ω est reliée à l'angle θ par la relation

$$\omega^2 = \omega_0^2 \sin(\theta) \quad \text{avec} \quad \omega_0^2 = \frac{g}{a} \frac{6\eta}{1+3\eta^2} \quad (1)$$

3. Déterminer les expressions des composantes T et N de la réaction de la tartine en fonction de θ .

On note f le coefficient de frottement statique de la tartine sur la table, tel que la tartine ne glissera pas tant que $|T| < f|N|$. L'ordre de grandeur du coefficient de frottement est $f \approx 1$. On suppose pour toute la suite du problème que $\delta \ll a$ et donc que $\eta \ll 1$

4. La tartine quitte la table quand elle commence à glisser. Calculer l'angle θ_0 correspondant au début du glissement.

On fixe l'origine des temps à l'instant où la tartine quitte la table. On suppose que le mouvement reste plan, qu'il n'y a pas de contact ultérieur avec la table et on peut montrer que la vitesse angulaire de la tartine reste constante.

5. Quelle est la loi d'évolution ultérieure de l'angle θ ?

6. On note τ la durée de chute. On considère que lorsque la tartine atteint le sol, il n'y a pas de rebond. Quelle condition doit vérifier $\theta(\tau)$ pour que la tartine atterrisse côté pain en admettant qu'elle fasse moins d'un tour avant de toucher le sol ?

7. Proposer une évaluation du temps de chute en justifiant les hypothèses faites. En déduire $\theta(\tau)$. Faire l'application numérique avec $h = 75$ cm, $a = 5$ cm, $g = 10$ m s⁻² et $\eta = 0,02$. Conclure.

Exercice 2 : STOCKAGE DU CO2

Les activités humaines ont accru sensiblement le taux de la concentration de CO2 dans l'atmosphère : autour de 280 ppm il y a 250 ans, il est actuellement de 387 ppm (soit une augmentation de 38 %). Afin de ne pas dépasser la limite de 450 ppm au-delà de laquelle les conséquences les plus dramatiques du réchauffement climatique seront inévitables de nombreuses options sont envisagées afin de limiter les rejets de CO2 dans l'atmosphère.

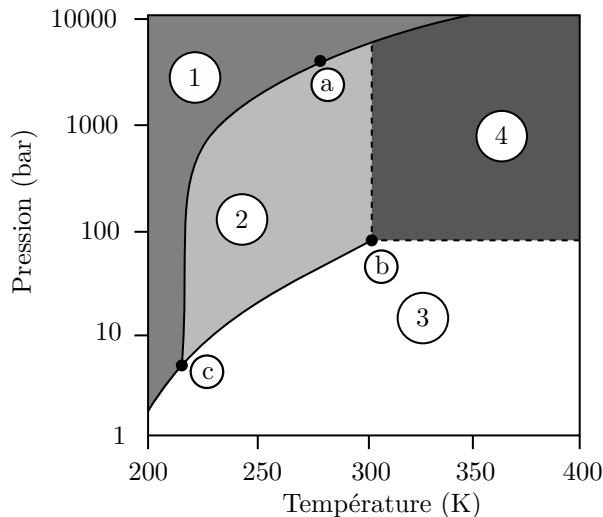
Masse volumique de l'océan	$\rho_0 = 1,03 \times 10^3$ kg/m ³
Température de l'océan	$T_0 = 280$ K
Pression à la surface de l'océan	$P_0 = 1$ bar
Constante des gaz parfaits	$R = 8,31$ J K ⁻¹ mol ⁻¹
Masse molaire du CO2	$M_{CO_2} = 44,0$ g mol ⁻¹

TABLE 1 – Données thermodynamiques relatives au problème

Une première proposition un peu simple consiste à former des blocs de CO2 solide à l'aide d'installations frigorifiques puis de les laisser tomber dans des fosses marines. On effectue les approximations suivantes :

- L'océan est un fluide homogène au repos, de température constante, incompressible et indilatable.
- Les blocs de CO2 sont incompressibles et indilatables. Ils ont de plus une masse constante tout au long de la descente dans la fosse (approximation forte).

On donne ci-dessous le diagramme de phases de CO2.



Caractéristiques des points a, b, c :

Point a, $T_a = 280$ K, $P_a = 4 \times 10^3$ bar ;

Point b, $T_b = 304$ K, $P_b = 70,4$ bar ;

Point c, $T_c = 216$ K, $P_c = 5,11$ bar.

FIGURE 1 – Diagramme du phases du CO2.

1. Donner le nom de l'état physique dans chacune des quatre zones 1, 2, 3 et 4.
2. Donner les noms des points *c* et *b* et préciser leur particularité.
3. Un morceau de dioxyde de carbone solide est laissé sur une table dans un laboratoire. Ce solide est-il stable ou au contraire observe-t-on un changement d'état (préciser alors son nom) ?
4. Quelle doit être la pression minimale de l'eau pour que le CO2 reste solide dans son emplacement de stockage ?
5. On note *z* la profondeur du point considéré avec *z* = 0 correspondant à la surface de l'océan. Sachant que dans le cas d'un fluide au repos, la pression à une profondeur *z* est $P(z) = P(0) + \rho gz$. Quelle devrait être la profondeur minimale de la fosse marine pour que le bloc de CO2 reste solide ? Commenter le résultat.

La méthode précédente de séquestration présente de nombreux inconvénients : perte partielle du CO2 lors de la chute du bloc, dissolution du CO2 dans l'eau de mer (et donc modification de son pH) et risque de libération brutale du CO2 piégé. Une solution plus raisonnable est de réinjecter le CO2 dans le sous-sol et de le piéger dans un aquifère salin (réserve souterraine d'eau salée).

Le CO2 gazeux est capté, il subit des compressions successives jusqu'à obtention d'un fluide. Ce dernier est ensuite injecté dans un aquifère salin dont la profondeur est nécessairement supérieure à 800 m. Dans de telles conditions de température et de pression le CO2 est supercritique. Moins dense que l'eau de l'aquifère, il monte puis s'accumule sous un piège structurel (une roche composée par exemple d'argile).

On considère une quantité n_0 de CO2 occupant un volume $V_0 = 10 \text{ m}^3$ à une température $T_0 = 298 \text{ K}$ et une pression $p_0 = 1 \text{ bar}$.

On désire vérifier la validité du modèle du gaz parfait appliqué au CO2 gazeux. Pour un kilogramme de CO2 gazeux à une température de 280 K, on obtient les résultats suivants :

P (bar)	0,804	0,868	0,968	1,060	1,130	1,179
V (m ³)	0,658	0,610	0,547	0,499	0,468	0,449

6. Rappeler les hypothèses du modèle du gaz parfait. Quelle relation lie P , V , n et T dans ce modèle.
7. Ce modèle est-il compatible avec les résultats expérimentaux ?

On donne ci-dessous le diagramme de Clapeyron et des données thermodynamiques relatives à CO2.

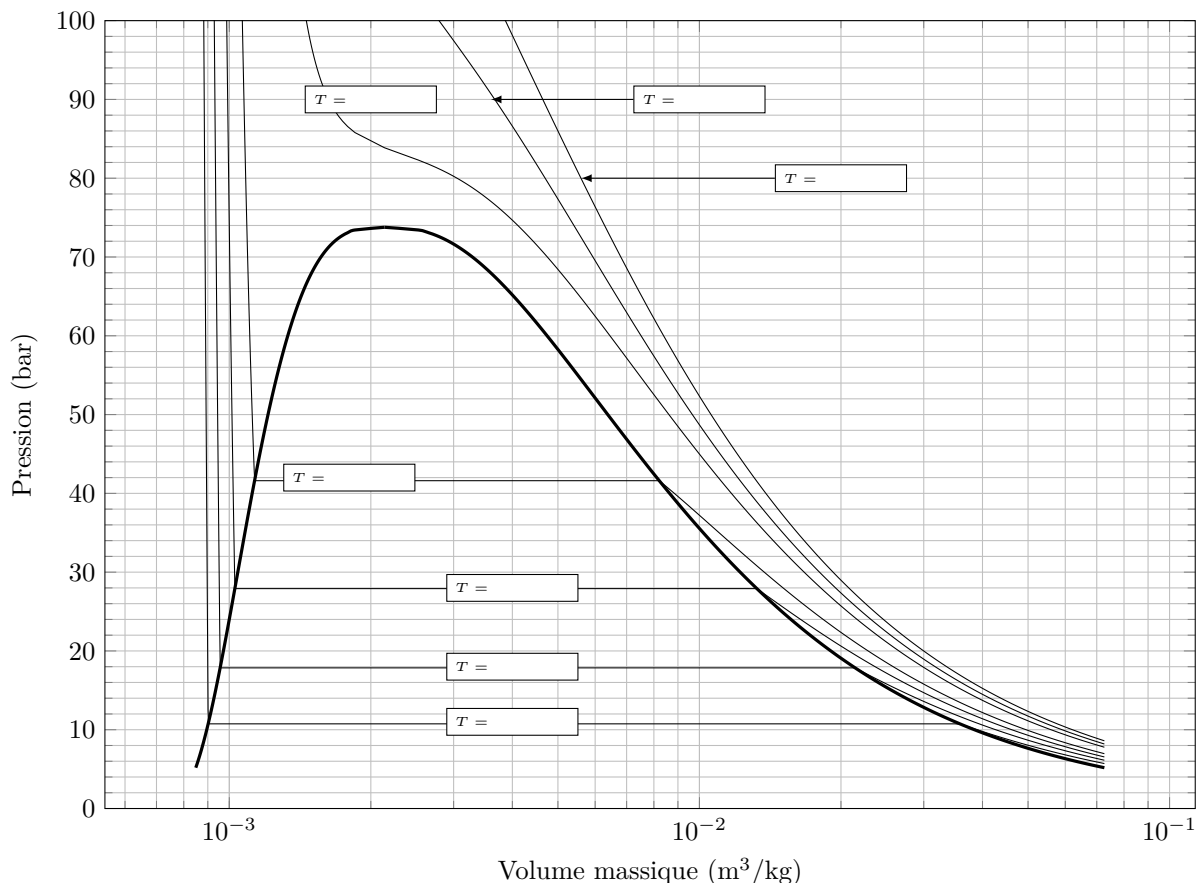


FIGURE 2 – Diagramme de Clapeyron du CO2. L'abscisse est logarithmique, sont représentées les isothermes pour les températures suivantes : 340 K, 325 K, 310 K, 280 K, 265 K, 250 K, 235 K

$T(\text{K})$	235	250	265	280	295
P_{sat} (pression de vapeur saturante en bar)	10,7	18,0	28,1	41,9	59,5
v_l (volume massique du liquide à l'ébullition en $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$)	$9,0 \times 10^{-4}$	$9,6 \times 10^{-4}$	$1,0 \times 10^{-3}$	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-3}$
v_v (volume massique de la vapeur saturante en $\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$)	$3,6 \times 10^{-2}$	$2,1 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-2}$	$8,1 \times 10^{-3}$	$4,7 \times 10^{-3}$

TABLE 2 – Données thermodynamiques relatives au dioxyde de carbone. La vapeur saturante correspond à la vapeur en équilibre avec du liquide.

8. Compléter le diagramme de Clapeyron (températures) et tracer l'isotherme à 295 K.
9. Identifier sur le diagramme les courbes de rosée et d'ébullition.
10. À une température de 295 K et à la pression de 59 bar, le gaz peut-il être considéré comme parfait ?

La quantité n_0 de CO_2 est à présent soumise à diverses transformations la faisant passer par les états A , B , C et D caractérisés par leur température et leur volume :

Point	A	B	C	D
Température (K)	280	280	295	310
Volume (ℓ)	120	53	53	53

11. Placer les points A , B , C et D sur le diagramme de Clapeyron et préciser l'état physique du CO_2 pour chacun de ces états.
12. Préciser la pression pour chacun des états A , B , C et D .
13. Dans le cas de systèmes biphasiques, préciser la composition massique du mélange.
14. Déterminer le travail fourni par le compresseur pour effectuer la transformation $A \rightarrow B$