

## DM6 : Dynamique et chimie

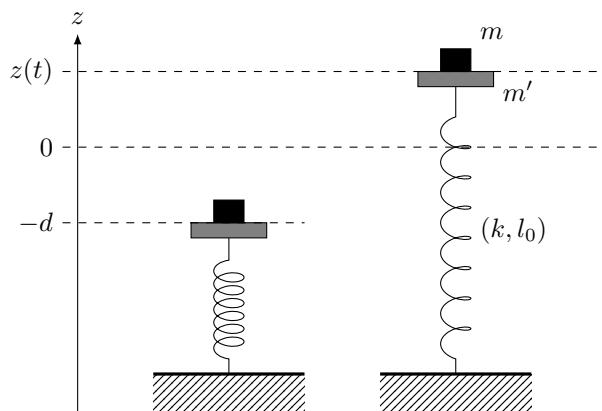
*Vous devez rendre une copie par groupe de 3 (ou 2, mais je préfère 3). Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.*

### Exercice 1 : DÉCOLLEMENT D'UNE MASSE

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est posé sur un plateau horizontal de masse  $m'$ , lui-même attaché à un ressort vertical de longueur à vide  $l_0$  et de constante de raideur  $k$ .

On suppose que l'ensemble est astreint à se déplacer uniquement suivant la verticale. À l'instant  $t = 0$ , l'ensemble étant à l'équilibre, on appuie sur le plateau qui se déplace vers le bas d'une distance  $d$ , et on le lâche sans vitesse initiale.

On repère la position de la masse et du plateau par la cote  $z(t)$  mesurée sur un axe vertical ascendant ( $Oz$ ) ayant pour origine la position à l'équilibre. On étudie le mouvement du plateau et de la masse dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen.



1. Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le système {masse+plateau}. Faire un schéma.
2. Donner l'expression de la longueur du ressort  $l_{\text{eq}}$  lorsqu'il se trouve à l'équilibre en fonction de  $m$ ,  $m'$ ,  $k$ ,  $g$  et  $l_0$ .
3. On commence par supposer que le contact entre la masse et le plateau est maintenu. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par  $z(t)$ .
4. Résoudre l'équation différentielle précédente pour montrer que l'altitude  $z(t)$  du plateau est donnée par :

$$z(t) = -d \cos(\omega_0 t)$$

On exprimera  $\omega_0$  en fonction de  $k$ ,  $m$  et  $m'$ .

5. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la masse  $m$ , exprimer la norme  $R(t)$  de la force  $\vec{R}(t)$  exercée par le plateau sur la masse  $m$ .
6. La masse reste en contact avec le plateau tant que  $\vec{R} \cdot \vec{e}_z > 0$ . Montrer que la masse reste toujours en contact avec le plateau à condition que la longueur  $d$  soit inférieure à une valeur limite  $d_{\text{lim}}$  dont on donnera l'expression en fonction des données du problème.
7. La condition précédente n'étant pas remplie, montrer que la masse décollera du plateau lorsqu'elle se trouvera à une altitude  $z_d = \frac{g}{\omega_0^2}$ . Que peut-on dire de la longueur du ressort au moment du décollage ?
8. Donner l'expression du temps  $t_d$  auquel la masse décolle du plateau lorsque  $d \approx d_{\text{lim}}$  et lorsque  $d \gg d_{\text{lim}}$ . On donnera la réponse en fonction de la période propre  $T_0$  des oscillations du système {masse+plateau}. Interpréter physiquement ces deux situations.
9. Montrer que la vitesse de la masse suivant l'axe ( $Oz$ ), au moment où elle quitte le plateau est :

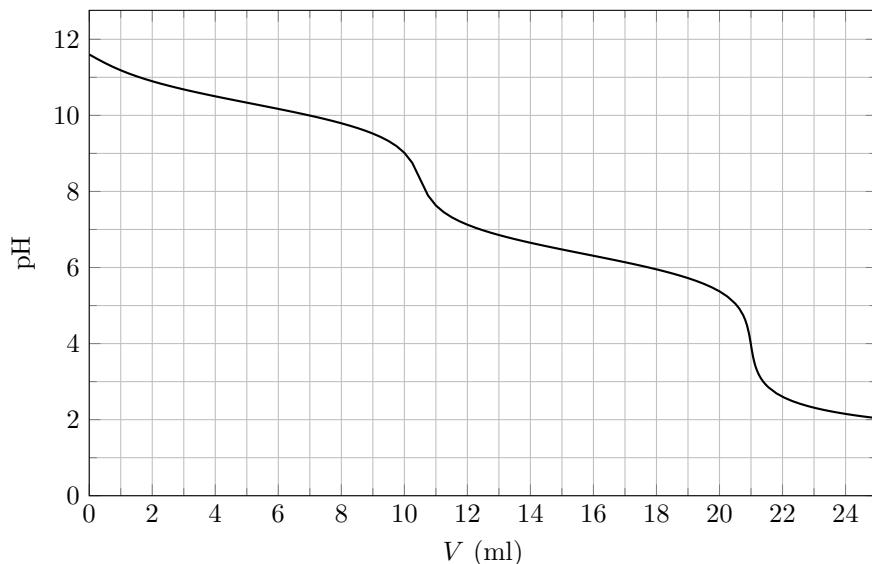
$$v_d = \dot{z}(t_d) = d\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{g}{d\omega_0^2}\right)^2}$$

**Exercice 2 : L'ION CARBONATE**

L'ion carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$  est une base. On donne :

- Numéro atomique du carbone  $Z = 6$  ; Numéro atomique de l'oxygène  $Z = 8$  ;
- Constantes d'acidité :  $K_a(\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-) = K_{a1} = 10^{-6,4}$  ;  $K_a(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = K_{a2} = 10^{-10,3}$  ;
- Produit de solubilité du carbonate de calcium  $\text{CaCO}_3(s)$   $K_s = 10^{-8,4}$

1. Donner la représentation de Lewis de l'ion carbonate. L'atome de carbone est l'atome central.
2. Tracer le diagramme de prédominance des espèces  $\text{H}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{HCO}_3^-$  et  $\text{CO}_3^{2-}$  en fonction du pH. Comment appelle-t-on une espèce comme l'ion hydrogénocarbonate  $\text{HCO}_3^-$  ?
3. On envisage de titrer un volume  $V_i = 10,0 \text{ ml}$  solution de carbonate de sodium  $2\text{Na}^+ + \text{CO}_3^{2-}$  de concentration  $C_i$  à l'aide d'acide chlorhydrique de concentration  $C_a = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol l}^{-1}$ . Calculer la constante d'équilibre associée à la réaction envisagée. Commenter.
4. La courbe de titrage est présentée ci-dessous. Justifier la présence de deux sauts de pH.



5. Déterminer  $C_i$ .

Le carbonate de calcium  $\text{CaCO}_3$  est le composé majeur des roches calcaires comme la craie. Il est aussi le constituant principal des coquilles d'animaux marins.

6. Écrire l'équation de dissolution du carbonate de calcium dans l'eau. On négligera les propriétés basiques de l'ion carbonate.
7. Calculer la solubilité  $s$  du carbonate de calcium dans ce cas.
8. Le carbonate de calcium est maintenant dissous dans une solution contenant déjà des ions calcium  $\text{Ca}^{2+}$  à la concentration  $c = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol l}^{-1}$ . Calculer la solubilité  $s'$  du carbonate de calcium dans cette solution. Commenter.
9. On prend désormais en compte les propriétés basiques de l'ion carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$ . Justifier que la solubilité du carbonate de calcium s'écrit  $s = [\text{H}_2\text{CO}_3] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}]$ .
10. Montrer alors que :

$$s^2 = A + B[\text{H}_3\text{O}^+] + C[\text{H}_3\text{O}^+]^2 \quad (1)$$

Préciser les expressions de  $A$ ,  $B$  et  $C$  en fonction de  $K_s$ ,  $K_{a1}$ ,  $K_{a2}$  et  $c^\circ$ .