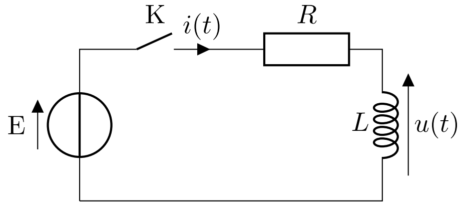
DM3 : Électricité et chimie

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous pouvez rendre une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : Circuits RL

A – Premier ordre

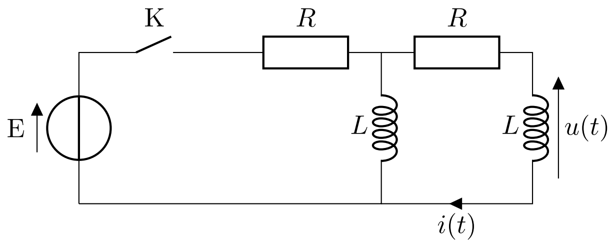
On s'intéresse au montage ci-dessous. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, aucun courant ne circulant dans le circuit.



1. Établir l'équation différentielle satisfaite par $i(t)$ (pour $t > 0$). On introduira la grandeur $\tau = \frac{L}{R}$.
2. Résoudre cette équation compte tenu des conditions initiales. Exprimer $i(t)$ en fonction de t, E, R et τ.
3. Tracer l'allure du graphique représentant $i(t)$. Indiquer comment déterminer τ à partir de ce graphique.
4. Déterminer l'expression de $u(t)$ et tracer l'allure du graphique correspondant.

B – Deuxième ordre

On s'intéresse maintenant au circuit ci-dessous, constitué de deux cellules (RL) identiques enchaînées, alimentées par un générateur de tension. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur K, aucun courant ne circulant dans le circuit.



5. Montrer que l'équation différentielle satisfaite par $i(t)$ (pour $t > 0$) est :

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{3}{\tau}\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau^2} i = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

6. Quelle est la nature du régime ?
7. Donner l'expression générale de $i(t)$ (On ne cherchera pas à déterminer les constantes liées aux conditions initiales).
8. Déterminer $i(0^+)$, $u(0^+)$ et $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+)$.
9. Déterminer $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+)$.
10. Que valent $i(t)$ et $u(t)$ au bout d'un temps « très long » ?
11. Dessiner une allure des graphiques représentant $i(t)$ et $u(t)$. Placer la tangente à l'origine pour chaque graphique.
12. Dessiner une allure du portrait de phase représentant $\dot{u}(t)$ en fonction de $u(t)$. On veillera à placer la valeur finale de $u(t)$ sur l'axe.
13. Déterminer l'expression de l'énergie stockée dans les deux bobines au bout d'un temps « très long » en fonction de L, E et R.

Exercice 2 : Oxydation de l'ammoniac

L'acide nitrique HNO_3 est produit en grande quantité, principalement pour être utilisé dans la fabrication des engrais de l'ammoniac :

$$4\,NH_3(g) + 5\,O_2(g) \rightleftharpoons 4\,NO(g) + 6\,H_2O(g) \tag{1}$$

La réaction est réalisée à la température 800 °C et à une pression constante $P = 1{,}0\,\text{bar}$. À cette température, le logarithme népérien de la constante d'équilibre de cette réaction est $\ln(K^\circ) = 123$. Dans un réacteur opérant en système fermé a pression constante, on mélange un volume d'air avec un volume d'ammoniac. L'air contient, en proportions molaires, 20 % de O_2 et 80 % de N_2 (un gaz chimiquement inerte).

1. Si NH_3 et O_2 étaient apportés en proportions stochimétriques, quelles seraient les fractions molaires des gaz NH_3, O_2 et N_2 dans le mélange initial ?

On considère maintenant, et pour toute la suite du problème, un mélange gazeux contenant initialement $n_i = 100\,\text{mol}$ de gaz avec une fraction molaire de NH_3 dans le mélange de $x_1 = 10\,\%$.

2. Calculer les quantités de matière initiales n_1, n_2 et n_3 (respectivement de NH_3, O_2 et N_2) .
3. Faire un tableau d'avancement.
4. Calculer le volume initial V_0 du système. Exprimer le volume à l'équilibre V_{eq} du système en fonction de V_0. ξ_{eq} et n_i la quantité initiale de gaz.
5. Écrire l'équation vérifiée par l'avancement ξ_{eq} à l'équilibre en fonction de $K^\circ, n_1, n_2, n_3, p^\circ$ et P. Justifier que la réaction peut être considérée comme totale. Que vaut ξ_{eq} dans ces conditions ?
6. En déduire les pressions partielles des gaz dans le mélange à l'équilibre.
7. Calculer l'ordre de grandeur de la pression partielle de NH_3.

Données :
$R = 8{,}314\,\text{J}\,\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}$