DM1 : Optique géométrique corrigé

Vous devez rendre une copie par groupe de 3 (ou 2, mais je préfère 3). Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : Bombe atomique

1. On utilise par exemple l'expression de l'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ et on obtient directement que la dimension d'une énergie est $\boxed{\dim(E) = ML^2T^{-2}}$.
2. L'équation aux dimensions correspondant à l'équation $R = E^a t^b \rho^c$ est
$$L = (ML^2T^{-2})^a T^b (ML^{-3})^c = M^{a+c}L^{2a-3c}T^{-2a+b} \tag{1}$$
Ce qui donne le système d'équations
$$\begin{cases} 0 = a + c \\ 1 = 2a - 3c \\ 0 = -2a + b \end{cases} \quad \text{soit après résolution} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ b = \frac{2}{5} \\ c = -\frac{1}{5} \end{cases} \tag{2}$$
3. On déduit de la question précédente que le rayon s'écrit comme $R = E^{1/5}t^{2/5}\rho^{-1/5}$ soit $\boxed{E = \frac{R^5\rho}{t^2}}$
4. Sur la photographie, on estime $R = 150\,\mathrm{m}$ et $t = 25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{s}$, ce qui donne une énergie de $\boxed{\mathrm{E} = 1{,}2 \cdot 10^{14}\,\mathrm{J}}$
5. Le résultat obtenu par analyse dimensionnelle donne une puissance libérée d'environ $\boxed{\text{30 kilotonnes de TNT}}$. C'est une très bonne approximation de la valeur réelle, compte tenu de la méthode utilisée pour obtenir ce résultat.

Exercice 2 : Localisation d'une épave

I – Découverte de l'épave

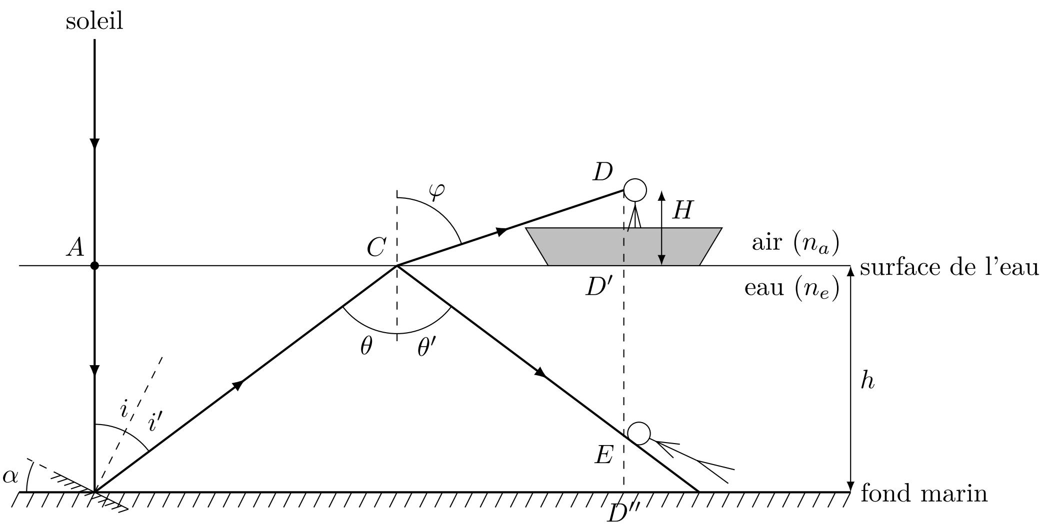


Figure 1 – Schéma de la situation, l'épave n'a pas été représentée.

1. L'indice de réfraction d'un milieu détermine la vitesse de la lumière dans ce milieu. La vitesse de la lumière dans un milieu d'indice n est $v = \frac{c}{n}$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide.
2. Au point A, le rayon lumineux frappe l'eau sous incidence normale, donc l'angle d'incidence est nul. Dans ce cas, l'angle de réfraction est également nul et le rayon n'est pas dévié.
3. Lorsque le miroir tourne d'une angle α par rapport à l'horizontale, la normale au miroir tourne d'un angle i par rapport à la verticale. On a donc $\boxed{i = \alpha}$.
4. D'après les lois de la réflexion, on a $\boxed{i' = i}$ et donc $\boxed{i' = \alpha}$.
5. Les angles $i + i'$ et θ sont alterne-internes, donc égaux. On a donc $\boxed{\theta = 2\alpha}$.
6. Au point C, le rayon lumineux est réfracté vers l'extérieur de l'eau et une partie est réfléchie vers le fond.
7. D'après les lois de la réflextion, on a $\boxed{\theta' = \theta = 2\alpha}$. On applique ensuite les lois de la réfraction au point C et on obtient $n_a \sin(\varphi) = n_e \sin(\theta)$, donc $\boxed{\varphi = \arcsin\left(\frac{n_e}{n_a}\sin(\theta)\right) = \arcsin\left(\frac{n_e}{n_a}\sin(2\alpha)\right)}$
8. (a) Dans le triangle CDD', on a $\boxed{CD' = H\tan(\varphi)}$.
   (b) De la même manière, on a directement $\boxed{AC = h\tan(\theta)}$.
   (c) On a $BD'' = AC + CD' = H\tan(\varphi) + h\tan(\theta)$. En utilisant les expressions de φ et θ obtenues avant, on obtient
   $$\boxed{BD'' = H\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_e}{n_a}\sin(2\alpha)\right)\right) + h\tan(2\alpha) \approx 18\,\mathrm{m}} \tag{1}$$
   On peut raisonnablement penser qu'un plongeur bien entrainé puisse parcourir cette distance en apnée.
9. On a $D'E = \frac{CD'}{\tan(\theta)} = H\frac{\tan(\varphi)}{\tan(\theta)}$ et en utilisant les résultats précédents, on a
   $$\boxed{D'E = H\frac{\tan\left(\arcsin\left(\frac{n_e}{n_a}\sin(2\alpha)\right)\right)}{\tan(2\alpha)} \approx 2{,}0\,\mathrm{m}} \tag{2}$$

II – Pourquoi l'épave n'a-t-elle pas été détectée auparavant ?

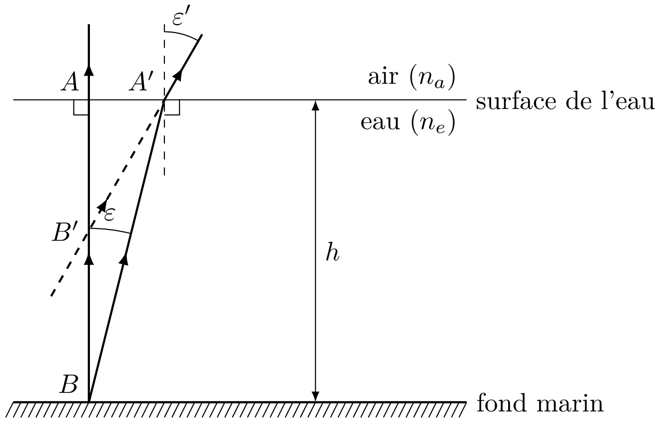
10. Au point C la lumière passe d'un milieu d'indice élevé à un milieu d'indice plus faible, il peut y avoir un phénomène de réflexion totale si l'angle d'incidence au point C est trop grand.

11. La démonstration est faite dans le cours, on a $\theta_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_a}{n_e}\right)$ et donc $\boxed{\alpha_{\text{lim}} = \frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{n_a}{n_e}\right) \approx 24°}$

12. Avant que le crabe ne fasse bouger le miroir, l'angle α était supérieur à α_{lim}, il était donc plus grand car maintenant l'angle α est plus petit que α_{lim} .

III – Où le pêcheur voit-il le bateau lorsqu'il est hors de l'eau ?

13. Schéma



14. On utilise les lois de la réfraction, et on a directement $n_e \sin(\varepsilon) = n_a \sin(\varepsilon')$. Comme on considère que ces angles sont très petits, on obtient $\boxed{n_e\varepsilon = n_a\varepsilon'}$.

15. On a $AA' = h\tan(\varepsilon) \approx h\varepsilon$. On a ensuite $AB' = \frac{AA'}{\tan(\varepsilon')} \approx \frac{AA'}{\varepsilon'}$. Soit finalement $\boxed{AB' = h\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = h\frac{n_a}{n_e} \approx 15\,\text{m}}$. L'épave semble bien moins profonde que ce qu'elle n'est en réalité.