

Chimie, champ magnétique, machines thermiques

I. Traitement des eaux (CCMP MP 2026)

I.1 L'oxydant le plus fort est l'oxydant du couple dont le potentiel est le plus élevé. Ici c'est HO• qui est l'oxydant le plus fort.

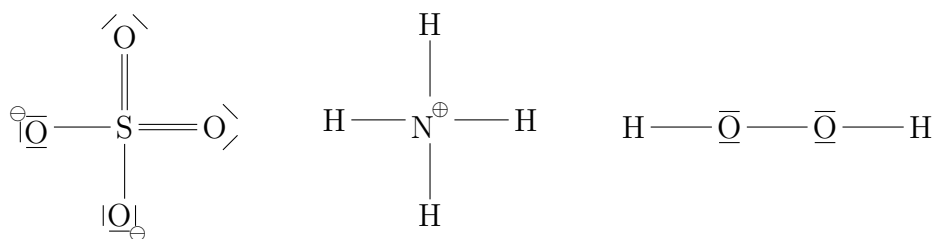
I.7 On peut déterminer les nombres d'électrons de valence des éléments en fonction de leur place dans la classification périodique :

- Azote : 15^{ème} colonne, soit 3^{ème} colonne du bloc p et donc 5 électrons de valence (s^2p^3).
- Oxygène et Soufre : 16^{ème} colonne, soit 4^{ème} colonne du bloc p et donc 6 électrons de valence (s^2p^4).

I.8 Représentations de Lewis :

- Ion sulfate SO_4^{2-} : $6 + 4 \times 6 + 2 = 32$ électrons de valence, soit 16 doublets ;
- Ion amonium NH_4^+ : $5 + 4 \times 1 - 1 = 8$ électrons de valence, soit 4 doublets ;
- Peroxyde d'hydrogène H_2O_2 : $2 \times 6 + 2 = 14$ électrons de valence, soit 7 doublets.

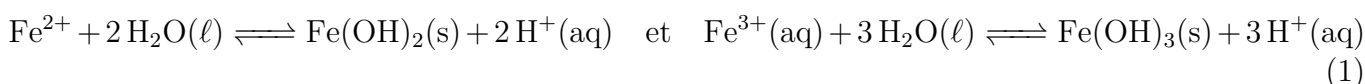
On obtient les schémas de Lewis suivants :



I.9 On détermine le nombre d'oxydation du fer dans les différentes espèces :

Espèce	Fe	Fe^{2+}	Fe^{3+}	$\text{Fe}(\text{OH})_2$	$\text{Fe}(\text{OH})_3$
no(Fe)	0	+II	+III	+II	+III

Pour placer les espèces ayant mêmes nombres d'oxydation, il faut déterminer quel est l'acide, on utilise les équilibres suivants



On obtient les correspondances suivantes :

Espèce	Fe	Fe^{2+}	Fe^{3+}	$\text{Fe}(\text{OH})_2$	$\text{Fe}(\text{OH})_3$
Domaine	E	C	A	D	B

I.10 La concentration initiale en ions Fe^{2+} est donnée par

$$C_0 = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{V_{\text{total}}} = \frac{C_{\text{Fe}^{2+}} V_{\text{Fe}^{2+}}}{V_{\text{total}}} = \frac{4,5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}}{180 \times 10^{-3}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol } \ell^{-1} \quad (2)$$

On a considéré que l'ajout de sulfate de sodium s'est fait sans variation de volume.

I.11 On considère l'équilibre de précipitation $\text{Fe}^{3+} + 3\text{OH}^- \rightleftharpoons \text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$.

Il y a précipitation des ions Fe^{2+} dès lors que

$$\frac{[\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^-]^3}{c^{\circ 4}} > K_s(\text{Fe}(\text{OH})_3) \quad \text{soit} \quad [\text{OH}^-] > c^{\circ} \left(\frac{K_s(\text{Fe}(\text{OH})_3)c^{\circ}}{C'_0} \right)^{1/3} \quad (3)$$

En utilisant $[\text{OH}^-] = K_e c^{\circ 2} / [\text{H}_3\text{O}^+]$, on trouve que la condition de précipitation est

$$[\text{H}_3\text{O}^+] < K_e c^{\circ} \left(\frac{C'_0}{K_s(\text{Fe}(\text{OH})_3)c^{\circ}} \right)^{1/3} \quad \text{soit} \quad \text{pH} > pK_e - \frac{1}{3}(pK_s + \log(C'_0)) \quad (4)$$

L'application numérique donne $\boxed{\text{pH} > 2,7}$. Ce pH est supérieur au pH de l'expérience réalisée, c'est cohérent car on souhaite éviter la précipitation de Fe^{3+} .

I.12 Il faut régler le spectromètre à la longueur d'onde à laquelle le bleu de méthylène absorbe le plus la lumière, donc vers $\boxed{\lambda = 670 \text{ nm}}$.

I.13 On remarque dans le tableau que l'absorbance est divisée par deux pour $t = 240 \text{ s}$, on a donc $\boxed{\tau_{1/2} \approx 240 \text{ s}}$. Pour arriver à cette conclusion, on a supposée valable la loi de Beer-Lambert selon laquelle l'absorbance de la solution est proportionnelle à sa concentration en bleu de méthylène.

I.14 La loi de Beer-Lambert relie l'absorbance A (sans unité) d'une espèce colorée à sa concentration C (en $\text{mol } \ell^{-1}$) et à la longueur de la cuve ℓ (en cm) par $\boxed{A = \varepsilon \ell C}$, où ε est le coefficient d'absorption molaire (en $\ell \text{ mol}^{-1} \text{ cm}^{-1}$)

I.15 Pour une loi de vitesse d'ordre 1, la vitesse volumique de réaction est $v = k[\text{BM}]$ (On nous dit que la vitesse de réaction ne dépend que de la concentration en BM). Or, par définition, on a aussi $v = -\frac{d[\text{BM}]}{dt}$. Ce qui donne l'équation différentielle :

$$\frac{d[\text{BM}]}{dt} + k[\text{BM}] = 0 \quad (5)$$

La solution de cette équation est $[\text{BM}](t) = [\text{BM}](0)e^{-kt}$, ce qui donne pour l'absorbance

$$\boxed{A(t) = A_0 e^{-kt}} \quad (6)$$

I.16 La relation trouvée à la question précédente donne

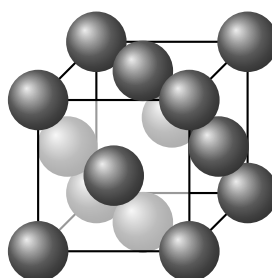
$$\ln(A(t)) = \ln(A_0) - kt \quad (7)$$

On a donc une évolution affine de $\ln(A(t))$ en fonction du temps dont le coefficient directeur est égal à $-k$. $\boxed{\text{C'est compatible}}$ avec la courbe qui est donnée dont le coefficient directeur donne directement

$$\boxed{k = 2,23 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}}$$

I.17 Pour éliminer 99 % du bleu de méthylène, on cherche le temps τ_{99} tel que $A(\tau_{99}) = 0,01A_0$. Soit $e^{-k\tau_{99}} = 0,01$ et finalement $\boxed{\tau_{99} = -\frac{\ln(0,01)}{k} \approx 2,07 \times 10^3 \text{ s}}$

I.18 Maille cubique faces centrées :

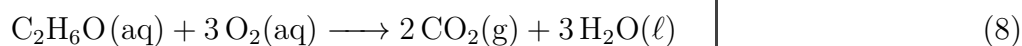


Dans la structure CFC, la coordinnence est égale à 12 et il y a 4 atomes par maille.

I.19 Dans la structure cubique faces centrées, le lien entre le rayon R des atomes et le paramètre de maille a est donné par la tangence des atomes sur la diagonale d'une face, soit $4R = a\sqrt{2}$, donc $a = 2\sqrt{2}R$. Avec le rayon de l'atome de platine donné dans l'énoncé, on trouve $a = 393 \text{ pm}$

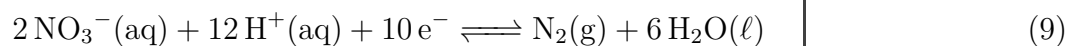
I.20 La masse volumique du platine est $\rho = \frac{4M_{\text{Pt}}}{N_A a^3} \approx 21 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

I.21 Équation de réaction :



I.23 Dans NO_3^- , le nombre d'oxydation de N est +V.

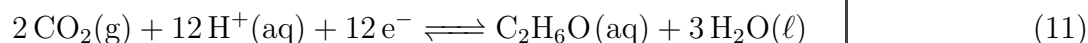
I.24 Demi-équation :



D'après la formule de Nernst, on a

$$E_1 = E^\circ(\text{NO}_3^- / \text{N}_2) + \frac{0,06}{10} \log \left(\frac{[\text{H}^+]^{12} [\text{NO}_3^-]^2 p^\circ}{p(\text{N}_2) c^{\circ 14}} \right) \quad (10)$$

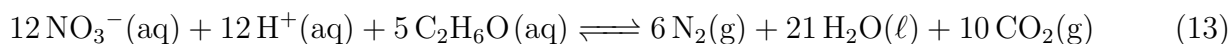
I.25 On écrit la demi-équation du couple $\text{CO}_2 / \text{C}_2\text{H}_6\text{O}$:



La formule de Nernst donne :

$$E_2 = E^\circ(\text{CO}_2 / \text{C}_2\text{H}_6\text{O}) + \frac{0,06}{12} \log \left(\frac{[\text{H}^+]^{12} p(\text{CO}_2)^2}{[\text{C}_2\text{H}_6\text{O}] p^{\circ 2} c^{\circ 11}} \right) \quad (12)$$

I.26 On fait une combinaison linéaires des équations (9) et (11) : $6 \times (9) - 5(11)$ pour obtenir



On trouve la constante d'équilibre en écrivant l'égalité des potentiels des deux couples, ce qui donne

$$\log(K_2^\circ) = \frac{(E^\circ(\text{NO}_3^- / \text{N}_2) - E^\circ(\text{CO}_2 / \text{C}_2\text{H}_6\text{O})) \times 60}{0,06} = 1580 \quad (14)$$

Soit $K_2^\circ = 10^{1580}$ ce qui est vraiment énorme, la réaction est totale.

II. Le chauffe-eau (CCINP TSI 2021)

II.1 Chauffe-eau électrique

- II.1** En l'absence de travail, le premier principe s'écrit : $\Delta U = Q$. Or $\Delta U = m_e c_e (T_{e2} - T_{e1})$ Avec $m_e = \rho_e V$. Ainsi :

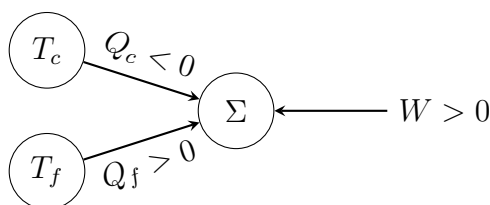
$$Q = \rho_e V c_e (T_{e2} - T_{e1}) = 4,18 \times 10^7 \text{ J} \quad (1)$$

- II.2** La puissance thermique apportée par la résistance chauffante est $P = \frac{Q}{\Delta t}$, ainsi

$$\Delta t = \frac{Q}{P} \approx 2,09 \times 10^4 \text{ s} \approx 5,8 \text{ h} \quad (2)$$

II.2 Chauffe-eau thermodynamique

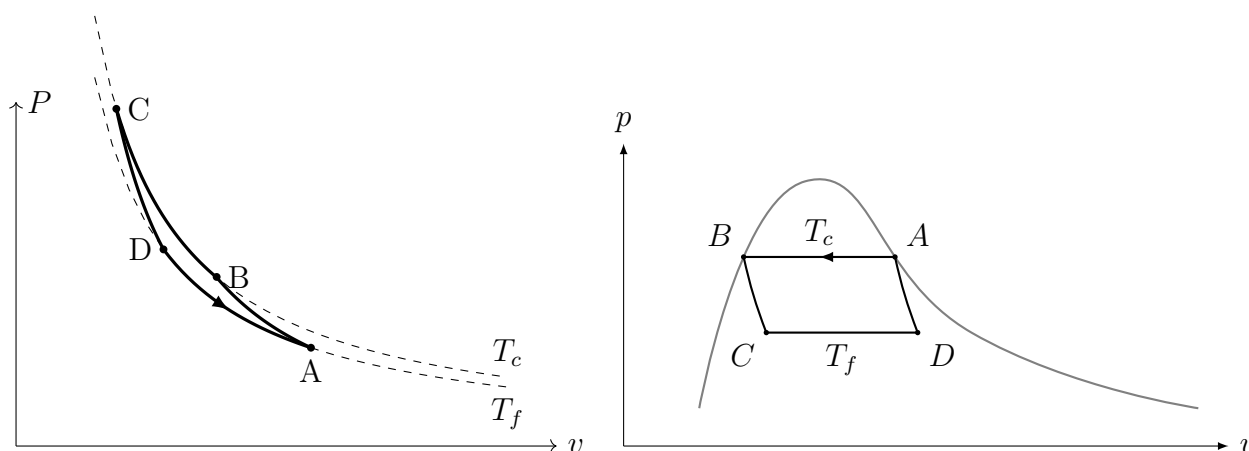
- II.3** Pompe à chaleur ditherme :



- II.4** La source froide est l'air de la maison, la source chaude est l'eau du réservoir.

- II.5** — Une transformation isotherme est une transformation au cours de laquelle la température du système est constante (c'est une transformation lente en contact d'un thermostat)
 — Lors d'une transformation adiabatique il n'y a pas de transfert thermique entre le système et le milieu extérieur (c'est une transformation rapide dans un récipient isolé thermiquement)

- II.6** Cycle de Carnot à gauche le cycle de Carnot d'un gaz parfait et à droite le cycle de Carnot avec changement d'état :



Les branches AB et CD sont adiabatiques, les branches BC et DA sont isothermes. Le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique car c'est un cycle récepteur.

- II.7** Au cours d'un cycle, comme U est une fonction d'état, on a $\Delta U = W + Q_c + Q_f = 0$.

II.8 De la même manière pour l'entropie $\Delta S = 0 = S_e = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f}$.

II.9 Le coefficient de performance de la pompe à chaleur est $\eta = \frac{-Q_c}{W}$

II.10 En utilisant l'expression du coefficient de performance de la question précédente et le premier principe, on a $\eta = \frac{Q_c}{Q_f + Q_c} = \frac{1}{1 + \frac{Q_f}{Q_c}}$. Pour trouver le coefficient de performance maximum, on suppose que la pompe à chaleur fonctionne de manière réversible, ce qui implique d'après la question 8 $\frac{Q_f}{Q_c} = -\frac{T_f}{T_c}$. Donc finalement

$$COP_{\max} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = 5,8 \quad (3)$$

II.11 Le fonctionnement d'une pompe à chaleur réelle n'est pas réversible, son COP est donc inférieur à celui d'une pompe à chaleur réversible.

II.12 On remarque que le coefficient de performance de la pompe à chaleur est d'autant plus grand que la source froide est chaude (T_f est grand). Il est donc plus avantageux de mettre la pompe à chaleur dans une pièce où il fait chaud.

Ce conseil est à relativiser, surtout en hiver, car un bon COP signifie que la pompe à chaleur prend de l'énergie thermique à l'air de la maison. Or, en hiver, l'air de la maison est chauffé, et si la pompe à chaleur prend beaucoup d'énergie thermique à l'air de la maison, il faudra la chauffer davantage. Ceci a tendance à annuler l'intérêt d'utiliser une pompe à chaleur en hiver.

II.13 Au cours du cycle, le premier principe est $dU = 0 = \delta W + \delta Q = \delta W + \delta Q_c + \delta Q_f$.

II.14 Le second principe est $dS = 0 = \delta S_e + \delta S_c = \delta S_e = \frac{\delta Q_c}{T_e(t)} + \frac{\delta Q_f}{T_a}$

II.15 En appliquant le premier principe à l'eau, on a $dU_e = m_e c_e dT_e = -\delta Q_c$. Soit $\delta Q_c = -m_e c_e dT_e$

II.16 D'après le second principe, on a $\delta Q_f = -\frac{T_a}{T_e(t)} \delta Q_c$. Donc $\delta Q_f = \frac{m_e c_e T_a}{T_e(t)} dT_e$. On a, d'après le premier principe $\delta W = -\delta Q_c - \delta Q_f$ donc $\delta W = m_e c_e \left(1 - \frac{T_a}{T_e(t)}\right) dT_e$

II.17 Pour trouver le travail fourni par le compresseur, il faut intégrer δW entre T_{e1} et T_{e2} , on a

$$W = \int_{T_{e1}}^{T_{e2}} \delta W = \int_{T_{e1}}^{T_{e2}} m_e c_e \left(1 - \frac{T_a}{T_e}\right) dT_e = m_e c_e (T_{e2} - T_{e1}) - m_e c_e T_a \ln \left(\frac{T_{e2}}{T_{e1}}\right) \quad (4)$$

II.18 L'application numérique donne $W = 4,3 \text{ MJ}$. Avec un chauffe-eau électrique, l'élévation de température de l'eau aurait été $\Delta T = \frac{W}{m_e c_e} \approx 5,2 \text{ K}$, ce qui est beaucoup plus faible que l'élévation de température obtenue avec le chauffe-eau thermodynamique (50 K).

III. Mesures de champs magnétiques (CCMP PSI 2016)

IV. La balance de Cotton

- IV.1**
- Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen ;
 - Système : parties mobiles de la balance ;
 - Hypothèses : pas de frottements ;

• Bilan des actions :

- ★ le poids $\vec{P}$ appliqué en G ;
- ★ l'action $\vec{R}$ de l'axe appliquée en O.

À l'équilibre, le théorème du moment cinétique appliqué par rapport à O fixe s'écrit :

$$\overrightarrow{OG} \wedge \vec{P} + \overrightarrow{OO} \wedge \vec{R} = \vec{0} \quad (1)$$

Le vecteur $\overrightarrow{OG}$ est ainsi colinéaire à $\vec{u}_z$: G est sur la verticale passant par O.

IV.2 La force de Laplace $d\vec{F}_L$ qui s'exerce sur un élément $d\vec{\ell} = R d\theta \vec{u}_\theta$ de l'arc de cercle s'écrit $d\vec{F}_L = i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

Comme $\vec{B}$ est suivant $\vec{u}_z$, la force $d\vec{F}_L$ sera donc suivant $\vec{u}_r$. Ainsi, la force résultante sera elle aussi suivant $\vec{u}_r$ donc son moment en O sera nul.

IV.3 Le nouveau bilan des actions s'exerçant sur les parties mobiles est le suivant :

- ★ La force de Laplace $\vec{F}_{L34}$ exercée sur la partie A_3A_4 , appliquée en C est

$$\vec{F}_{L34} = -i\ell \vec{u}_x \wedge B \vec{u}_z = i\ell B \vec{u}_y \quad (2)$$

Son moment en O est alors :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\vec{F}_{L34}) = i B \ell d_1 \vec{u}_z \quad (3)$$

- ★ Le poids des masses situées sur le plateau dont le support passe par D $\vec{P} = m g \vec{u}_y$, de moment en O :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}}_O(\vec{P}) = -m g d_2 \vec{u}_z \quad (4)$$

À l'équilibre, la somme des moments en O est nulle. Ainsi : $i B \ell d_1 \vec{u}_z - m g d_2 \vec{u}_z = \vec{0}$, d'où :

$$B = \frac{m g d_2}{i \ell d_1} \quad (5)$$

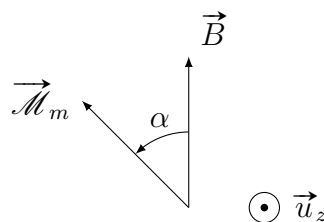
IV.4 L'incertitude sur B est reliée à celle sur m par la relation :

$$\delta B = \frac{g d_2}{i \ell d_1} \delta m = 1 \times 10^{-3} \text{ T} \quad (6)$$

Cette valeur est en ordre de grandeur 100 fois plus grande que le champ magnétique terrestre, mais 1000 fois plus faible que le champ créé par un aimant permanent en fer, néodyme et bore.

IV.1 Utilisation d'une boussole

IV.5 Le couple de force qui s'exerce sur l'aiguille de la boussole est $\vec{\Gamma} = \overrightarrow{\mathcal{M}}_m \wedge \vec{B} = -\mathcal{M}_m B \sin(\alpha) \vec{u}_z$, où on a utilisé les orientations présentées sur le schéma ci-dessous avec l'angle α orienté dans le sens trigonométrique.



- IV.6**
- Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen ;
 - Système : aiguille aimantée mobile autour de son axe ($\vec{u}_z$) ;
 - Hypothèses : liaison pivot parfaite autour de l'axe (Oz) ;
 - Bilan des actions :
 - ★ le poids $\vec{P}$ appliqué en G de moment par rapport à l'axe de rotation nul ;
 - ★ l'action de la liaison pivot, supposée parfaite, de moment résultant nul par rapport à (Oz) ;
 - ★ l'action du champ magnétique, de moment par rapport à l'axe de rotation $\vec{\mathcal{M}}_m \wedge \vec{B}$.

Le théorème du moment cinétique appliqué à l'aiguille aimantée dans le référentiel terrestre s'écrit :

$$J \frac{d^2\alpha}{dt^2} \vec{u}_z = \vec{\mathcal{M}}_m \wedge \vec{B} \quad \text{d'où} \quad J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -\mathcal{M}_m B \sin(\alpha) \quad (\text{projection sur } \vec{u}_z)$$

L'équation différentielle recherchée est ainsi $\boxed{\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{\mathcal{M}_m B}{J} \sin(\alpha) = 0}$.

- IV.7** À l'équilibre, $\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$ donc $\sin(\alpha_{\text{eq}}) = 0$. On en déduit : $\boxed{\alpha_{\text{eq}} = 0 \text{ ou } \alpha_{\text{eq}} = \pi}$.

La position d'équilibre stable est celle pour laquelle $\vec{\mathcal{M}}_m$ et $\vec{B}$ sont colinéaires de même sens, ainsi :

$$\boxed{\alpha_{\text{eq, stable}} = 0} \quad (7)$$

- IV.8** Pour $\alpha \ll 1$, on utilise l'approximation $\sin(\alpha) \approx \alpha$. L'équation différentielle vérifiée par α est donc :

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{\mathcal{M}_m B}{J} \alpha = 0 \quad \text{ou encore} \quad \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \kappa B \alpha = 0 \quad \text{avec} \quad \kappa = \frac{\mathcal{M}_m}{J} \quad (8)$$

En prenant en compte les conditions initiales, on obtient : $\boxed{\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\sqrt{\kappa B} t)}$.

- IV.9** Pour répondre à cette question, on peut utiliser l'expression du flux du champ magnétique à travers une bobine d'inductance propre L . On a $\Phi = Li$ donc $[\Phi] = \text{H A}$. Or, le flux est aussi égal à $\Phi = BS$, donc $[\Phi] = \text{T m}^2$. On en déduit une relation entre les unités : $\text{H} = \text{T m}^2 \text{A}^{-1}$ et l'unité de μ_0 s'écrit alors $[\mu_0] = \text{T m A}^{-1}$. Dans ces conditions, seule la première expression donne un champ magnétique et on a

$$\boxed{B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}} \quad (9)$$

- IV.10** Le champ magnétique en un point repéré par $x = XR$ est la somme des champs magnétiques créés par chacune des deux bobines. D'après l'expression fournie, on obtient :

$$\vec{B}(X) = N \vec{B}_0 \left[\frac{8}{5\sqrt{5}} \right] \left[2 - 2 \frac{144}{125} X^4 \right] + o(X^4) = \left[1 - \frac{144}{125} X^4 \right] \vec{B}(0) \quad (10)$$

On cherche X_{max} , valeur de X telle que $\frac{|B(X_{\text{max}}) - B(0)|}{B(0)} = \frac{2}{100}$.

X_{max} est ainsi solution de $\frac{144}{125} X_{\text{max}}^4 = \frac{2}{100}$, ce qui donne $X_{\text{max}} = \pm 0,36$.

Ainsi, la plage des valeurs de x telle que le champ magnétique ne varie pas de plus de 2 % de sa valeur maximale en $x = 0$ est

$$-0,36 R \leq x \leq 0,36 R \quad (11)$$

IV.11 La pulsation étant égale à $\sqrt{\kappa B}$, on a

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \frac{1}{B} = 3,7 \times 10^5 \text{ s}^{-2} \text{ T}^{-1} \quad (12)$$

