DS3 : Chimie, électricité

— Durée : 3h.

— La calculatrice est autorisée.

— Chaque réponse doit être justifiée.

— Même lorsque ça n'est pas précisé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

Exercice 1 : Élaboration d'une poudre de tungstène

L'élément tungstène de symbole W est toujours combiné à de l'oxygène dans les minerais où il est présent. La dernière étape d'élaboration du tungstène conduit à faire réagir le trioxyde de tungstène WO_3 avec du dihydrogène (H_2) à 1173 K selon l'équation :

$$\mathrm{WO_3(s) + 3\,H_2(g) \rightleftarrows W(s) + 3\,H_2O(g)}$$

de constante d'équilibre $K_a = 2{,}90$

Une enceinte de volume $V = 1\,\ell$ portée à 1173 K contient une masse $m = 1{,}93\,\mathrm{g}$ de trioxyde de tungstène et du dihydrogène à la pression initiale $p = 1{,}00 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$. On considérera que tous les gaz sont correctement décrits par le modèle du gaz parfait.

1. Calculer les quantités de matière initiales n_0 en WO_3 et n_1 en H_2.
2. Calculer le quotient réactionnel à l'instant initial.
3. Calculer la valeur de l'avancement ξ_f à l'équilibre et donner la composition du système à l'équilibre.

La même enceinte de volume $V = 1{,}00\,\ell$ portée à 1173 K, contient une masse $m = 1{,}93\,\mathrm{g}$ de trioxyde de tungstène, $n'_2 = 5{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ d'eau et $n'_1 = 9{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ de dihydrogène.

4. Dans quel sens évolue spontanément le système ?
5. Calculer la valeur de l'avancement à l'équilibre et donner la composition du système à l'équilibre.

La même enceinte de volume $V = 1{,}00\,\ell$ portée à 1173 K contient une masse $m = 1{,}93\,\mathrm{g}$ de trioxyde de tungstène, $n''_2 = 9{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ d'eau et $n''_1 = 2{,}00 \times 10^{-3}\,\mathrm{mol}$ de dihydrogène.

6. Dans quel sens évolue spontanément le système ?
7. Calculer la valeur de l'avancement à l'équilibre et donner la composition du système à l'équilibre.

Données :

— Masses molaires : $M(\mathrm{W}) = 184\,\mathrm{g/mol}$, $M(\mathrm{O}) = 16{,}0\,\mathrm{g/mol}$, $M(\mathrm{H}) = 1{,}00\,\mathrm{g/mol}$, .

— Constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$.

Exercice 2 : Guirlande électrique

Dans cet exercice, on cherche à optimiser l'alimentation électrique d'un système comportant deux guirlandes électriques (appelées «guirlande 1» et «guirlande 2» dans la suite), chacune étant modélisée par un résistor de résistance identique $R_1 = R$ et $R_2 = R$.

La première guirlande est dédiée à un fonctionnement continu. La seconde est associée avec un interrupteur S en série qui bascule de manière périodique afin de produire un clignotement.

On supposera dans cet exercice que la puissance lumineuse fournie par ces guirlandes est proportionnelle à la puissance électrique qu'elles reçoivent.

1 Système de base

On considère dans un premier temps le circuit de la figure 1 alimenté par un générateur réel de f.e.m. E et de résistance interne r. Les réponses aux différentes questions ne feront intervenir que E, r et R.

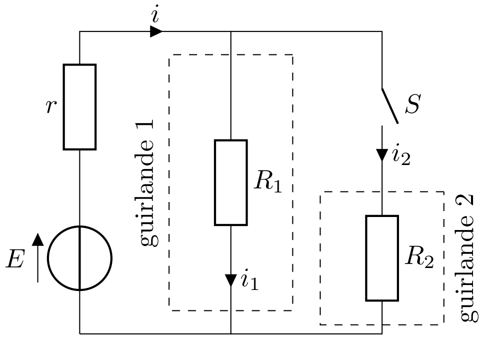

FIGURE 1 – Schéma du système de base

1. Lorsque l'interrupteur S est ouvert, établir l'expression du courant i (noté i_{ouvert}) puis l'expression de la puissance électrique $P_{1,\text{ouvert}}$ reçue par la guirlande 1.
   Quelle est dans cette configuration la puissance reçue $P_{2,\text{ouvert}}$ par la guirlande 2 ?

On considère maintenant le cas ou l'interrupteur S est fermé.

2. Quelle est alors la nouvelle expression pour le courant $i_{\text{fermé}}$? En déduire les courants i_1 et i_2 circulant dans les deux guirlandes.
3. Quelles sont alors les puissances $P_{1,\text{fermé}}$ et $P_{2,\text{fermé}}$ reçues par les deux guirlandes ?
4. La puissance reçue par la guirlande 1 (celle qui ne doit pas clignoter) est-elle identique lors les deux régimes étudiés ? Interpréter ce résultat.
5. Comment doit-on choisir r par rapport à R pour limiter cet effet ? Cette condition est elle vérifiée pour $r = 1\,\Omega$ et $R = 2\,\Omega$?

2 Système amélioré

On considère maintenant le circuit de la figure 2 afin de limiter la variation de puissance électrique reçue par la première guirlande donc la variation du courant i_1.

Une bobine d'inductance L a donc été ajoutée en série avec la première guirlande. L'interrupteur S est ouvert de manière périodique pour $t \in [0, T/2[$ et fermé pour $t \in [T/2, T[$.

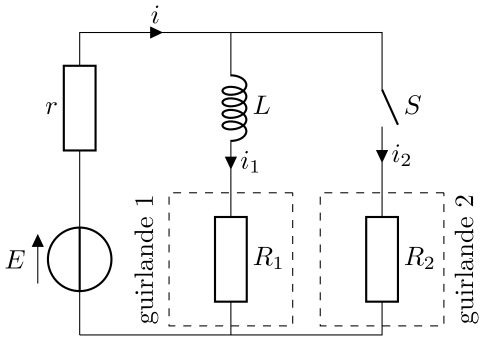

FIGURE 2 – Schéma du système amélioré

6. Établir l'équation différentielle dont i_1 est solution sur l'intervalle $[0, T/2[$. On fera apparaitre un temps caractéristique τ_o.
7. À quelle condition sur T, peut-on supposer que le régime permanent est atteint juste avant que l'interrupteur ne se ferme ?
8. Vérifier que l'ajout de la bobine ne va pas modifier la valeur du courant i en régime stationnaire à $t = (T/2)^-$ (on suppose que la condition de la question précédente est remplie) . On comparera le résultat à celui trouvé à la question 1). On remarquera qu'il n'est pas utile de résoudre l'équation différentielle pour répondre à cette question.
9. On s'intéresse maintenant à l'intervalle $[T/2, T[$, lorsque l'interrupteur est fermé. Montrer que i_1 est alors solution de l'équation suivante :
$$\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_f} i_1 = \frac{E/L}{1 + \frac{r}{R}} \tag{1}$$
   où τ_f est une constante dont on donnera l'expression en fonction de L, r et R.

10. Que dire de la valeur du courant i_1 en régime stationnaire dans le cas où $\tau_f \ll T$?

On étudie ensuite expérimentalement les variations du courant i_1 en mesurant la tension aux bornes de la guirlande 1 à l'aide d'un oscilloscope et on obtient le résultat suivant pour deux valeurs différentes de l'inductance L. La résistance R vaut $2\,\Omega$ et la résistance r vaut $1\,\Omega$.

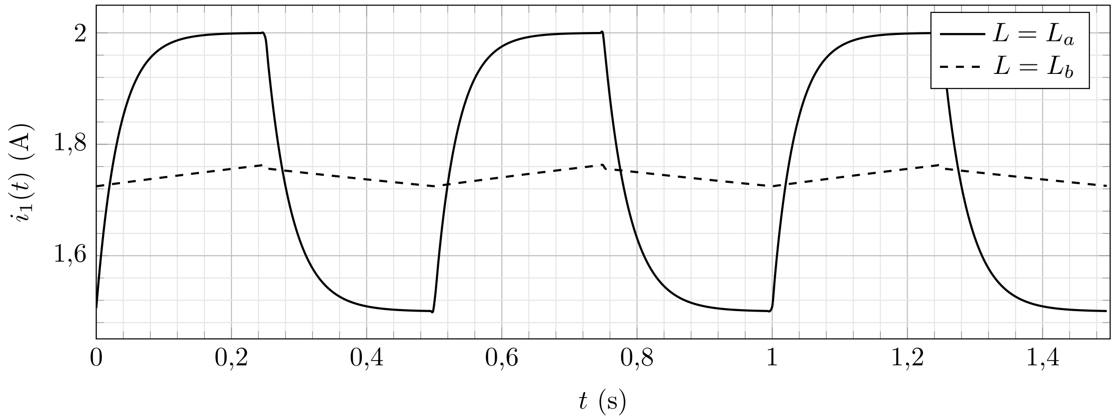

FIGURE 3 – Évolution du courant $i_1(t)$ pour deux valeurs différentes de l'inductance L.

11. Retrouver la valeur de L_a à partir de l'étude graphique. Justifier ensuite brièvement que $L_b \gg L_a$ sans chercher à déterminer sa valeur.
12. Quelle est la valeur de l'inductance à retenir parmi L_a et L_b pour minimiser les variations du courant passant dans la première guirlande ? Justifier soigneusement votre réponse.

Exercice 3 : Circuit en régime transitoire

Le circuit de la figure 1 renferme un générateur continu de f.e.m. $E = 10\,\text{V}$, deux résistors identiques de résistance $R = 200\,\Omega$, deux condensateurs identiques de capacité $C = 1{,}0\,\mu\text{F}$ et une bobine idéale d'inductance $L = 5{,}0\,\text{mH}$.
Initialement les deux interrupteurs sont ouverts, les condensateurs sont déchargés.

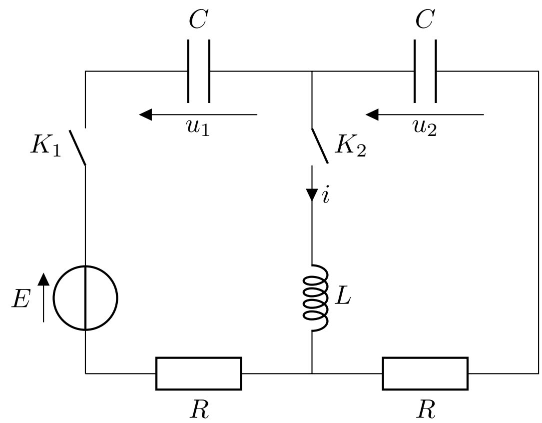

FIGURE 1 – Circuit étudié

On ferme l'interrupteur K_1 et on attend l'installation d'un régime permanent stationnaire.

1. Justifier que les deux condensateurs portent à tout instant la même charge.
2. En déduire la valeur des deux tensions u_1 et u_2 en régime permanent.
3. Évaluer la durée du régime transitoire.

Une fois le régime permanent atteint, on ferme l'interrupteur K_2 à un instant noté $t = 0$.

4. Quelles sont les valeurs de u_1, u_2 et du courant i juste après la fermeture de l'interrupteur (à $t = 0^+$) ?
5. Obtenir les deux équations différentielles couplées vérifiées par les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$ pour $t > 0$.
Remarque : ces équations sont dites couplées car elles font intervenir simultanément les deux tensions.

6. On découple ces équations en posant $u = u_1 - u_2$ et $U = u_1 + u_2$. Montrer que les tensions $u(t)$ et $U(t)$ vérifient les équations différentielles suivantes :

$$E = RC\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + U \quad \text{et} \quad E = 2LC\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u \tag{1}$$

7. Déterminer la solution $U(t)$ de la première équation différentielle.
8. Pour $u(t)$, calculer la valeur numérique du facteur de qualité. Dans quel type de régime se trouve-t-on ?
9. Déterminer la solution $u(t)$ de la deuxième équation différentielle. En déduire l'expression de $i(t)$.
10. Donner les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$. Représenter leur allure dans un même graphe.