

ÉLECTROCINÉTIQUE EN RSF ET CINÉTIQUE CHIMIQUE

JEUDI 7 DÉCEMBRE 2023 - DURÉE 3H

- ★ Les exercices sont indépendants, et peuvent être traités dans le désordre.
- ★ La calculatrice est autorisée.
- ★ Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.
- ★ Chaque réponse doit être justifiée. Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

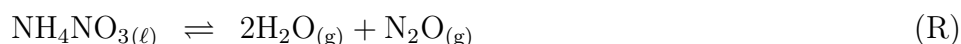
I. Le protoxyde d'azote : un gaz prétendument « fun »

Le protoxyde d'azote, de formule brute N_2O est aussi connu sous le nom de gaz hilarant. C'est un gaz aux nombreux usages : il est utilisé dans les cartouches pour siphon à chantilly, dans certains aérosols, dans les kits NOS qui augmentent la puissance des moteurs à combustion interne, ou encore en chirurgie comme agent antalgique et anesthésique. Mais, détourné de ces usages courants, il est parfois inhalé comme produit euphorisant, ce qui lui vaut une surveillance accrue par l'observatoire français des drogues et des toxicomanies. Cette pratique dangereuse et addictive, touchant souvent un public jeune et insouciant, est à proscrire absolument. Cette partie traite de quelques aspects de la chimie de cette molécule.

Les gaz sont supposés parfaits.

I.1 Obtention de N_2O

Le protoxyde d'azote est préparé par décomposition du nitrate d'ammonium fondu à 520 K, selon la réaction (R) d'équation :

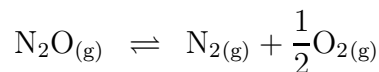


La constante d'équilibre de cette réaction à 520 K vaut : $K^0 = 1,0 \cdot 10^{61}$.

1. On introduit dans un enceinte thermostatée à $T = 520$ K, de volume $V = 10,0$ L, initialement vide, une quantité $n_0 = 1,00$ mol de nitrate d'ammonium liquide. Déterminer l'état final du système (quantité de chaque réactant, pression qui règne dans l'enceinte) à l'issue de la transformation.
2. Quelle quantité n'_0 de nitrate d'ammonium faudrait-il en théorie apporter initialement dans l'enceinte pour que l'état final soit un état d'équilibre chimique ? Commenter ce résultat.
3. On souhaite maintenant se placer dans une situation d'équilibre pour la réaction (R). Étant donné le résultat de la question précédente, on constate que, pour y arriver, il faut modifier la température, afin que la valeur de K^0 soit plus faible qu'à 520 K. Sachant que la réaction (R) est exothermique, faut-il augmenter ou diminuer la température du thermostat ?
4. On suppose qu'on a trouvé des conditions expérimentales telles que la réaction (R) se trouve dans un état d'équilibre dans l'enceinte. Par un raisonnement basé sur le quotient réactionnel, déterminer dans quel sens l'équilibre se déplacera :
 - a) si on injecte dans l'enceinte de la vapeur d'eau à température et volume constants ;
 - b) si on injecte dans l'enceinte de l'argon (gaz inerte) à température et pression constantes.

I.2 Aspect cinétique de la décomposition de N_2O

Soit la réaction de décomposition de N_2O suivante :



On sait que cette réaction est d'ordre cinétique 1 ; on note k la constante cinétique à la température $T_1 = 873$ K. Afin de déterminer la valeur de la constante k , on réalise un suivi cinétique en suivant le protocole suivant :

- ★ à l'instant initial $t = 0$, on introduit dans un réacteur thermostaté à $T_1 = 873$ K, de volume constant V préalablement vidé, une quantité de matière n_1 de protoxyde d'azote. On note la pression initiale P_1 sur un manomètre relié à l'enceinte ;
- ★ on suit alors l'évolution de la réaction en mesurant la pression $P(t)$ dans l'enceinte grâce au manomètre à différents instants t ;
- ★ on reporte les résultats sous la forme du tableau de valeurs ci-dessous :

t (s)	10	25	45	65	90
$P(t)/P_1$	1,053	1,119	1,197	1,254	1,315

5. On note $n(t)$ la quantité de matière de N_2O restant dans l'enceinte à l'instant t .

En s'appuyant sur un bilan de matière clairement posé, établir qu'à chaque instant t , la pression $P(t)$ dans l'enceinte est liée à la quantité $n(t)$ par la relation :

$$P(t) - \frac{3}{2}P_1 = -\frac{RT}{2V}n(t)$$

6. En déduire l'expression liant la vitesse volumique de la réaction $v(t) = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dn}{dt}(t)$ à la dérivée $\frac{dP}{dt}(t)$.

7. Établir alors l'équation différentielle vérifiée par $P(t)$. On la mettra sous la forme :

$$\frac{dP}{dt}(t) + A P(t) = B P_1$$

où A et B sont deux constantes à déterminer en fonction de k .

8. Déterminer $P(t)$ en fonction de P_1 , k et t .

9. En déduire que la constante cinétique cherchée est l'opposé du coefficient de proportionnalité entre la grandeur $\ln\left(3 - \frac{2P(t)}{P_1}\right)$ et le temps.

10. Utiliser alors les résultats du tableau de valeurs pour déterminer la meilleure valeur possible de k .

11. Donner la définition du temps de demi-réaction. Calculer sa valeur τ à $T_1 = 873$ K.

Cette valeur dépend-elle de la quantité n_1 de protoxyde d'azote injectée au départ dans l'enceinte ? de la température ?

12. Rappeler la loi d'Arrhénius. L'énergie d'activation de la réaction est : $E_a = 280$ kJ.mol⁻¹. Calculer le temps de demi-réaction τ' à $T_2 = 1200$ K.

13. Dans un moteur automobile à combustion interne, la durée de l'étape de compression est typiquement de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes et la température atteinte en fin de compression est de l'ordre de 1200 K. Conclure quant à l'utilisation du protoxyde d'azote dans les kits « nitro » pour moteur automobile.

DONNÉES :

- ★ Pour une réaction exothermique, K^0 diminue quand la température augmente ;
- ★ Constante des gaz parfaits : $R = 8,31$ J.mol⁻¹.K⁻¹.

II. Modélisation de la partie électrique d'un haut-parleur électrodynamique

II.1 Principe de fonctionnement du haut-parleur électrodynamique

Hormis les valeurs numériques à la fin, les informations données dans cette partie ne sont pas indispensables à la suite du problème; elles permettent simplement de comprendre l'origine du schéma électrique fourni FIGURE 2.

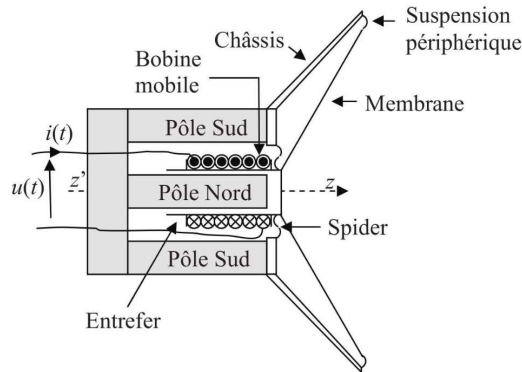


FIGURE 1 – Schéma de principe du haut-parleur électrodynamique

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé en FIGURE 1, est constitué d'un châssis et d'une partie mobile.

Sur le châssis est fixé un aimant permanent qui génère un champ magnétique. Autour de cet aimant peut coulisser un équipage mobile, formé d'une bobine et d'une membrane. Cet équipage mobile est relié au châssis en deux endroits : près du centre par le spider - pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort - et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de cette suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe z/z' .

Le circuit électrique en amont de la bobine (chaîne hi-fi par exemple) assure aux bornes de cette dernière une tension $u(t)$ variable, de sorte qu'elle est traversée par un courant d'intensité $i(t)$. Elle génère alors elle-même un champ magnétique, qui va interagir avec celui que crée l'aimant permanent, entraînant le déplacement de la bobine et donc de la membrane, laquelle va faire vibrer l'air situé devant elle et produire le son. Enfin, la bobine se déplaçant dans le champ magnétique créé par l'aimant permanent, il apparaît dans le circuit électrique une f.e.m. $e(t)$.

Le champ magnétique généré par l'aimant permanent a une intensité¹ $B = 1,05 \text{ T}$, la longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut $\ell = 3,81 \text{ m}$, et la masse de l'équipage mobile vaut $m = 4,0 \text{ g}$.

II.2 Mise en équations

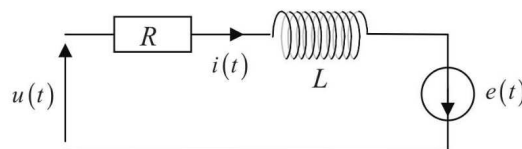


FIGURE 2 – Schéma équivalent du circuit électrique

1. Le schéma électrique équivalent est donné en FIGURE 2.

Déterminer la relation (appelée « équation électrique ») qui lie $u(t)$ à $i(t)$, $\frac{di}{dt}(t)$ et $e(t)$.

1. L'unité S.I. du champ magnétique est le Tesla, noté T.

Les lois de l'induction permettent de montrer que $e(t) = B\ell \frac{dz}{dt}(t)$ où z est la position de la bobine. Et les lois de la mécanique fournissent une deuxième équation différentielle, dite « équation mécanique » :

$$m \frac{d^2z}{dt^2}(t) = -i(t)\ell B - kz(t) - \lambda \frac{dz}{dt}(t)$$

où λ désigne le coefficient de frottement fluide² entre la membrane et l'air ambiant, et k la raideur du ressort équivalent à la suspension.

L'ensemble formé par les deux équations électrique et mécanique est donc un système fermé de deux équations à deux inconnues $i(t)$ et $z(t)$.

II.3 Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée aux bornes du haut-parleur est supposée sinusoïdale, de fréquence f et d'amplitude U_m . On prend comme origine des phases la phase de u à l'origine des temps.

2. Expliciter l'écriture de $u(t)$, en précisant la relation entre la fréquence f et la pulsation ω du signal.

Dans toute la suite, on se place en régime sinusoïdal forcé.

3. Rappeler ce qu'est le régime sinusoïdal forcé d'un système physique.
4. Au vu des équations électrique et mécanique, justifier qu'on peut utiliser la notation complexe. Donner alors l'expression de la quantité complexe \underline{u} associée à $u(t)$.
5. Écrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe. On doit ainsi obtenir deux équations algébriques sur \underline{i} et \underline{z} .
6. En déduire que l'impédance complexe du haut-parleur, définie par $\underline{Z}(\omega) = \frac{\underline{u}(t)}{\underline{i}(t)}$, vaut :

$$\underline{Z}(\omega) = \frac{-jB^2\ell^2\omega}{m\omega^2 - k - j\lambda\omega} + R + jL\omega$$

7. Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z}_e(\omega)$, appelée « impédance propre », qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z}_m(\omega)$, appelée « impédance motionnelle », qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système. Préciser les expressions de $\underline{Z}_e(\omega)$ et $\underline{Z}_m(\omega)$.

8. Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m(\omega) = \frac{1}{\underline{Z}_m(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{Y}_m(\omega) = jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega} + \frac{1}{R_m}$$

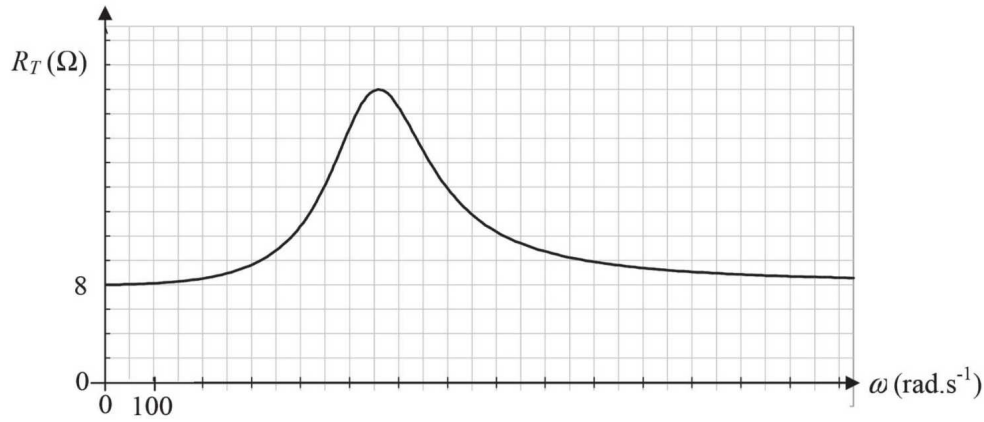
On précisera les expressions de C_m , L_m et R_m en fonction de ℓ , B , k , m et λ , puis on effectuera les applications numériques sachant que $k = 1250 \text{ N.m}^{-1}$ et $\lambda = 1,0 \text{ kg.s}^{-1}$.

9. Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel on fera apparaître R , L , C_m , L_m et R_m .
10. On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega) = R_T + jX_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la suivante :

$$R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(C_m\omega - \frac{1}{L_m\omega} \right)^2}$$

2. On suppose donc une force de frottement proportionnelle à la vitesse.

11. En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ de la FIGURE 3, déterminer la valeur numérique de la résistance R et celle de la fréquence f_0 pour laquelle R_T est maximale.
Vérifier la cohérence de la valeur de f_0 avec les données de l'énoncé.

FIGURE 3 – Courbe représentant R_T en fonction de ω

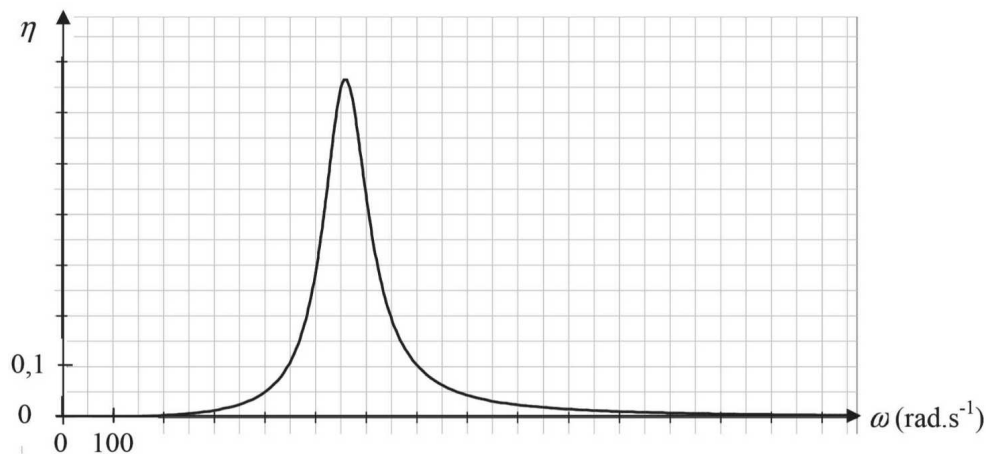
II.4 Utilisation du modèle précédent

12. Expliquer brièvement pourquoi étudier la réponse du haut-parleur à une excitation sinusoïdale monofréquence est suffisant pour étudier sa réponse à un signal plus complexe (musique).

On définit le rendement du haut-parleur comme :

$$\eta = \frac{\text{puissance moyenne cédée à l'air ambiant}}{\text{puissance moyenne reçue de la part de la source de tension}}$$

Le graphique de la FIGURE 4 représente $\eta = f(\omega)$.

FIGURE 4 – Courbe représentant le rendement η en fonction de ω

13. Pour quelle fréquence le rendement est-il maximal? Est-ce en accord avec les valeurs numériques précédentes?
14. Dans quelle gamme de fréquences l'utilisation du haut-parleur est-elle intéressante (rendement supérieur à 50%)? Rappeler l'intervalle de fréquences dans lequel l'oreille humaine entend les sons.
15. Expliquer pourquoi les enceintes acoustiques comportent plusieurs haut-parleurs.

III. Détection d'un obstacle mobile

L'un des multiples problèmes qui se posent lors de la réalisation d'un robot domestique est la détection des obstacles mobiles (personnes, animaux domestiques, autres robots, ...). Pour prendre la décision adéquate : rebrousser immédiatement son chemin ou continuer encore son trajet, le robot doit déterminer la vitesse de l'obstacle mobile.

Un procédé envisageable est d'exploiter l'effet Doppler : le robot émet une onde ultrasonore qui se réfléchit sur l'obstacle. La détection de l'onde réfléchie permet de déterminer à la fois la position de l'obstacle (grâce à la durée de l'aller-retour) et sa vitesse : l'obstacle étant mobile, l'onde réfléchie voit sa fréquence modifiée par rapport à la fréquence émise, et ce en fonction de la vitesse de l'obstacle.

On admettra que pour les conditions expérimentales envisagées : $f_r = f_0 \left(1 + 2\frac{V}{c}\right)$ où f_r est la fréquence de l'onde réfléchie, f_0 celle de l'onde émise par le robot, V la vitesse de l'obstacle se déplaçant vers le robot, et c la célérité des ultrasons dans l'air.

Ce problème se concentre sur la détection hétérodyne, c'est-à-dire qui exploite un décalage de fréquence. Dans un premier temps on multiplie la tension u_0 ayant alimenté la source d'ultrasons du robot par la tension u_r délivrée par le récepteur à ultrasons. Puis on filtre le signal u_e ainsi obtenu. L'ensemble de la chaîne de détection hétérodyne est présentée sur le schéma-bloc de la FIGURE 5.

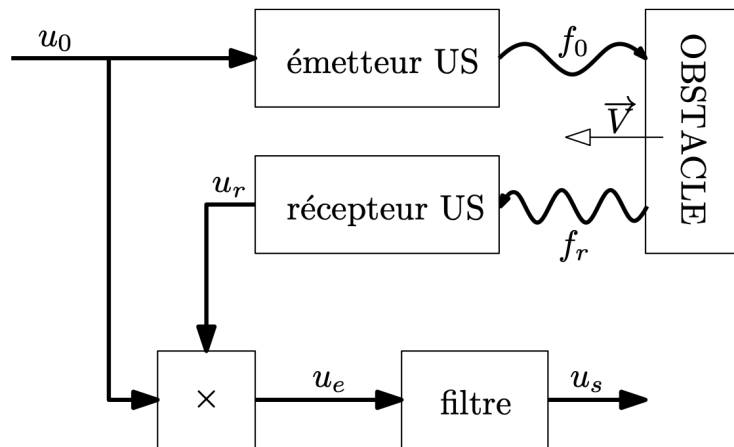
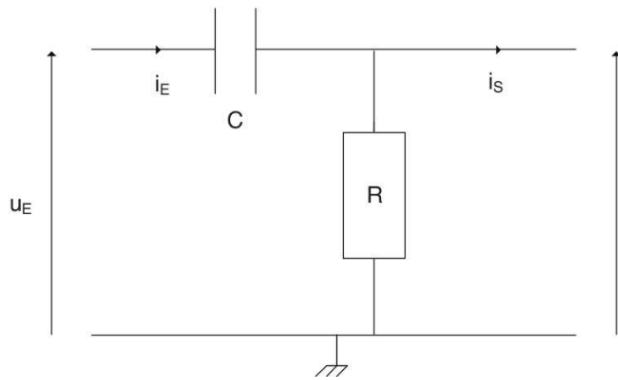


FIGURE 5 - Schéma-bloc de la chaîne de détection hétérodyne

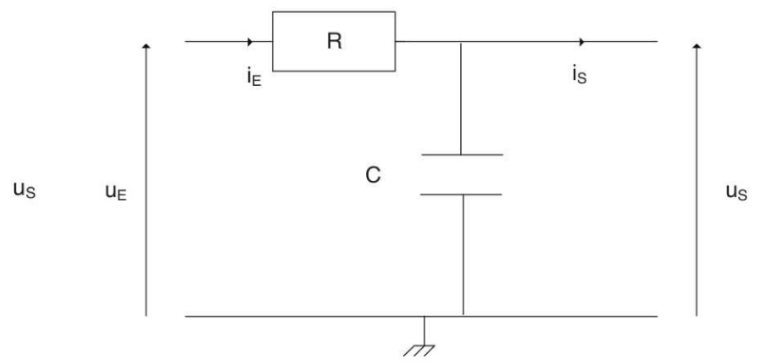
On a : $u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t)$, $u_r(t) = U_r \cos(\omega_r t + \varphi)$ et $u_e(t) = k \cdot u_0(t) \cdot u_r(t)$.

1. Exprimer $u_e(t)$ comme une somme de composantes harmoniques puis représenter l'allure de son spectre en pulsation.
2. Dans le cas où l'obstacle mobile est un chien voulant jouer avec le robot et se déplaçant à une vitesse de $V = 3,6 \text{ km.h}^{-1}$, avec $c = 343 \text{ m.s}^{-1}$ et $f_0 = 40 \text{ kHz}$, on désire ne conserver que la composante $\omega_r - \omega_0$ pour accéder à la valeur de V . Justifier ce choix. En déduire la nature du filtre nécessaire. Dans quel domaine de valeurs numériques doit se situer la pulsation de coupure ?

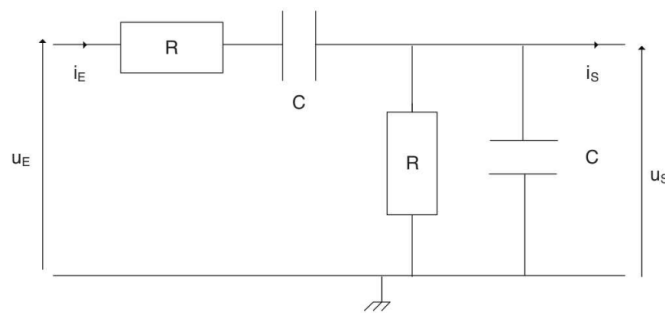
On cherche une réalisation simple de ce filtre, pour cela on étudie les 3 quadripôles suivants, pour lesquels on considère que l'intensité i_s du courant de sortie est nulle :



Filtre n°1



Filtre 2



Filtre n°3

3. Analyser le comportement à basses et hautes fréquences des 3 quadripôles. Lequel de ces quadripôles réalise la fonction de filtrage désirée ?
4. Déterminer l'expression de la fonction de transfert du filtre choisi. Exprimer la pulsation de coupure ω_c du filtre en fonction de R et C.
5. On désire atténuer d'un facteur 100 l'amplitude de la composante haute fréquence du signal $u_e(t)$. Déterminer la valeur de la pulsation de coupure ω_c du filtre. Quel est alors la valeur du facteur d'atténuation de la composante basse fréquence du signal ? Commenter.

