

## OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE ET ÉLECTROKINÉTIQUE

JEUDI 12 OCTOBRE 2023 - DURÉE 2H

- ★ Les exercices sont indépendants, et peuvent être traités dans le désordre.
- ★ La calculatrice est autorisée.
- ★ Il sera tenu le plus grand compte du soin, de la présentation, et de la rédaction.
- ★ Chaque réponse doit être justifiée. Par ailleurs, même lorsque ce n'est pas explicitement demandé, toute application numérique doit être précédée d'une expression littérale en fonction des données de l'énoncé.

POUR L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE DANS LES CONDITIONS DE GAUSS

Soient deux points conjugués A et A' par une lentille mince L, de centre O et de distance focale image  $f'$ , plongeant dans un milieu d'indice optique égal à 1 :

$$A \xrightarrow{(L,O,f')} A'$$

- Les relations de conjugaison de la lentille mince sont :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -(f')^2$$

- Les relations de grandissement de la lentille mince sont, pour un objet plan AB perpendiculaire à l'axe optique donnant une image A'B' :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

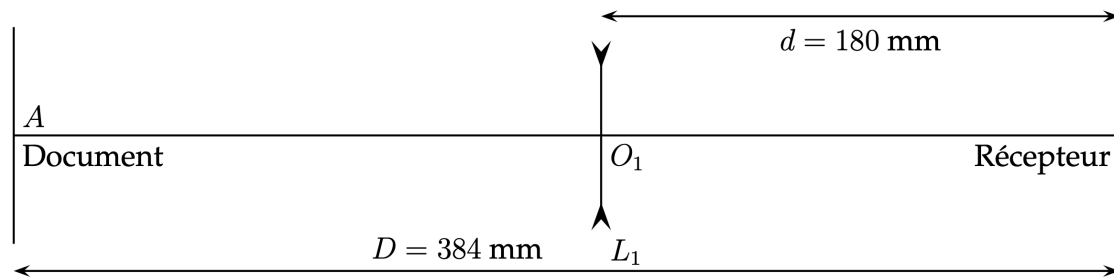
## I. Objectif de photocopieur

Les anciens procédés de photocopie nécessitent la formation de l'image du document sur une surface photosensible par l'intermédiaire d'un objectif de reproduction.

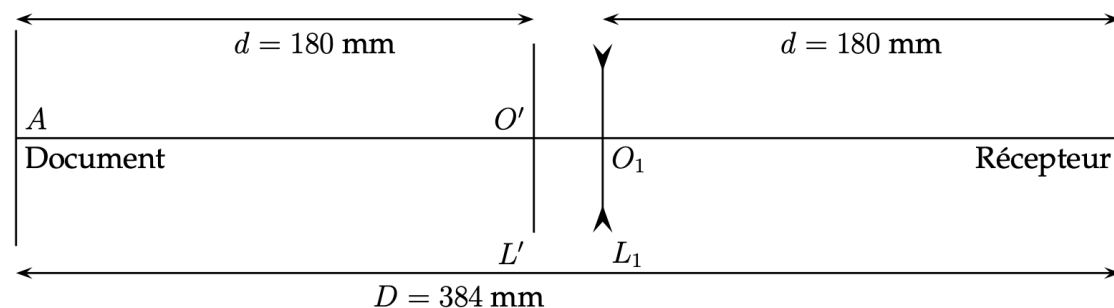
On désire reproduire un document de format A4 soit en A4 (même format), en A3 (format double en surface) ou en A5 (format moitié en surface).

On réalise ces différents tirages à l'aide d'un objectif en modifiant la position relative des lentilles à l'intérieur du système.

La distance entre le document et le récepteur photosensible est de  $D = 384 \text{ mm}$  et l'on positionne une première lentille mince divergente  $L_1$ , de distance focale image  $f'_1 = -90,0 \text{ mm}$  à  $d = 180 \text{ mm}$  du récepteur (cf. figure ci-dessous).



1. La lentille  $L_1$  peut-elle donner une image  $A_1$  du document  $A$  sur le récepteur ? Justifier numériquement.
2. On ajoute une lentille mince  $L'$  devant la lentille  $L_1$  à  $d = 180 \text{ mm}$  du document (cf. figure ci-dessous). On notera  $A'$  l'image de  $A$  par  $L'$  et  $A_1$  l'image de  $A'$  par  $L_1$ .



- a) Déterminer, en fonction de  $f'_1$  et  $d$ , l'expression de  $\overline{O_1A'}$  pour obtenir une image réelle du document sur le récepteur.
- b) Montrer que la distance focale  $f'$  de cette lentille  $L'$  s'écrit

$$f' = \frac{-d \times \left( D - 2d + \frac{f'_1 d}{f'_1 - d} \right)}{d - D - \frac{f'_1 d}{f'_1 - d}}$$

- c) Calculer  $f'$ . Cette lentille  $L'$  est-elle divergente ou convergente ?
- d) En déduire le grandissement  $\gamma_a$  de l'association des deux lentilles en fonction de  $f'_1$ ,  $d$  et  $D$ .
- e) Calculer  $\gamma_a$  et indiquer quel type de tirage permettra cet objectif : transformation de A4 en A3 ou de A4 en A5.

3. En réalité, la lentille  $L'$  est constituée de deux lentilles accolées  $L_2$  et  $L_3$  ( $L_2$  étant du côté du document et  $L_3$  du côté de  $L_1$ ),  $L_2$  étant identique à  $L_1$ .
- Montrer que la distance focale  $f'_{\text{eq}}$  de la lentille  $L_{\text{eq}}$  équivalente à deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  accolées de distances focales  $f'_1$  et  $f'_2$  est telle que  $1/f'_{\text{eq}} = 1/f'_1 + 1/f'_2$ .
  - En déduire l'expression de la distance focale image  $f'_3$  de la lentille  $L_3$  en fonction de  $f'$  et  $f'_1$ .
  - Calculer numériquement  $f'_3$ . Quelle est la nature de cette lentille mince?
4. On glisse alors la lentille  $L_3$  afin de l'accoler à  $L_1$ .
- Déterminer la distance focale image de la lentille  $L''$  équivalente aux lentilles  $L_3$  et  $L_1$  accolées.
  - Expliquer sans calcul que l'image du document reste sur le récepteur.
  - Le grandissement  $\gamma_b$  correspondant à l'association de ces trois lentilles dans cette configuration est

$$\gamma_b = \frac{f'}{f' + 2d - D - \frac{d f'_1}{f'_1 - d}} \times \frac{f'_1}{f'_1 - d}$$

Effectuer l'application numérique. En déduire le type de tirage obtenu.

## II. Ponts électriques

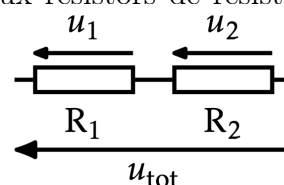
DONNÉES :

- ★ Un voltmètre est assimilable à une résistance  $R_v$  qui affiche la tension à ses bornes. Un voltmètre idéal est tel que  $R_v \rightarrow \infty$ .
- ★ Un ampèremètre est assimilable à une résistance  $R_a$  qui affiche le courant la parcourant. Un ampèremètre idéal est tel que  $R_a \rightarrow 0$ .
- ★ ATTENTION ! Les transformations Thévenin/Norton ou Norton/Thévenin sont admises ici, après avoir pris soin de démontrer l'équivalence des deux types de générateur.

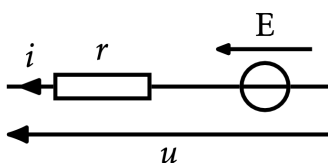
### II.1 Généralités

1. On considère le dipôle ci-dessous, formé de l'association série de deux résistors de résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

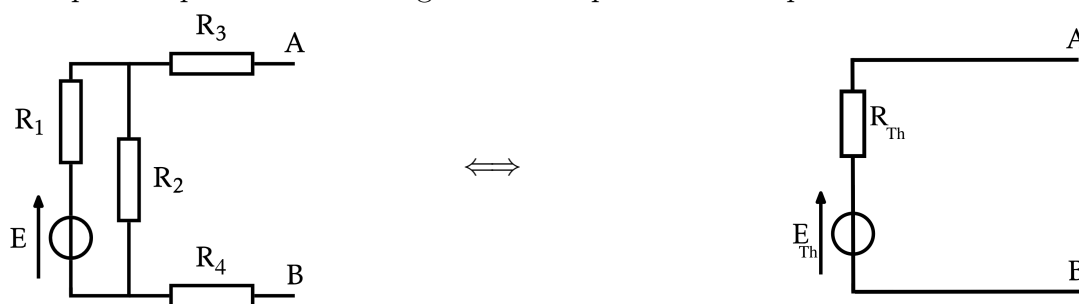
Établir l'expression du quotient  $u_2/u_{\text{tot}}$  en fonction des résistances  $R_1$  et  $R_2$ .



2. On considère le dipôle ci-dessous, formé de l'association série d'un générateur de tension idéal de force électromotrice  $E$  et d'un résistor de résistance  $r$  (résistance interne du générateur).



- a) Tracer sa caractéristique statique courant-tension ( $i = f(u)$ ).
  - b) Donner la tension indiquée par un voltmètre idéal branché à ses bornes.
  - c) Donner l'intensité indiquée par un ampèremètre idéal branché à ses bornes.
  - d) On remplace le générateur de force électromotrice  $E$  par un fil : quelle est l'indication d'un ohmmètre branché à ses bornes ?
3. On admet que le dipôle ci-dessous à gauche est équivalent au dipôle ci-dessous à droite.



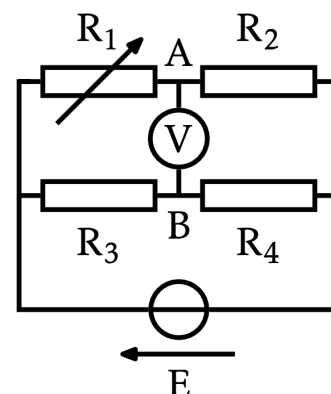
En appliquant les résultats de la question précédente, déterminer la force électromotrice  $E_{\text{Th}}$  et la résistance interne  $R_{\text{th}}$  du générateur équivalent ci-dessus à droite.

### II.2 Pont de Wheatstone

On considère le circuit de la figure ci-contre formé d'un générateur idéal de tension, de quatre résistors et d'un voltmètre.

On considère dans un premier temps que le voltmètre est idéal.

DONNÉES :  $\theta_0 = 250 \text{ }^\circ\text{C}$  ;  $R_2 = R_3 = R_4 = 25 \text{ } \Omega$  ;  $E = 6,0 \text{ V}$ .



4. a) Déterminer l'expression de la tension  $U_{AB}$  en fonction de  $E$  et des résistances.  
 b) En déduire que si  $U_{AB} = 0$ , les valeurs des résistances vérifient  $R_1 R_4 = R_2 R_3$ .
5. La résistance  $R_1$  varie en fonction de la température  $\theta$  (exprimée en  $^{\circ}\text{C}$ ) selon la loi :

$$R_1 = R_0 (1 + \theta/\theta_0)$$

où  $\theta_0$  est une constante positive.

- a) Déterminer la valeur de  $R_0$  pour que la tension  $U_{AB}$  soit nulle pour  $\theta = 0^{\circ}\text{C}$ .  
 On suppose cette condition vérifiée dans toute la suite.
- b) Montrer que, lorsque  $\theta \ll \theta_0$ ,  $U_{AB}$  peut se mettre sous la forme

$$U_{AB} \simeq -\frac{E\theta}{4\theta_0}$$

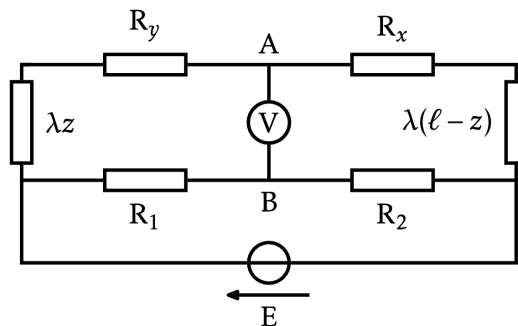
DONNÉE :  $(1+x)^\alpha \underset{x \rightarrow 0}{\simeq} 1 + \alpha x$ .

- c) Calculer la valeur de  $U_{AB}$  pour  $\theta = 15,0^{\circ}\text{C}$ .
6. a) Utiliser les résultats de la question 2. pour déterminer la force électromotrice  $E_{\text{eq}}$  et la résistance interne  $R_{\text{eq}}$  du dipôle entre les nœuds A et B, formé par le générateur et les résistors  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ .
- b) On utilise un voltmètre analogique dont la résistance vaut  $R_V = 2,0 \text{ k}\Omega$ . Établir l'expression de la tension  $U_{AB}$  en fonction des résistances  $R_{\text{eq}}$ ,  $R_V$  et la tension  $E_{\text{eq}}$ .

## II.3 Pont de Carey Foster

Le voltmètre utilisé est de nouveau considéré idéal.

On étudie une variation du pont de Wheatstone adaptée à la mesure de faibles différences entre deux résistances. Le montage est représenté ci-dessous :



Il utilise un potentiomètre dont la position  $z$  du curseur entre  $z = 0$  et  $z = \ell$  définit les résistances  $\lambda z$  et  $\lambda(\ell - z)$ , avec  $\lambda$  la résistance par unité de longueur. On cherche cette fois à mesurer la différence  $R_x - R_y$ .

7. Déterminer l'expression de  $z$  en fonction des résistances pour laquelle la tension  $U_{AB}$  est nulle. On la note  $z_1$ .
8. On intervertit ensuite les résistors  $R_x$  et  $R_y$ . On note  $z_2$  la nouvelle expression de  $z$  pour laquelle la tension  $U_{AB}$  est nulle. En déduire que la mesure de  $z_1 - z_2$  donne accès à  $R_x - R_y$ . Quelle est la plus grande valeur de  $R_x - R_y$  mesurable ?

