

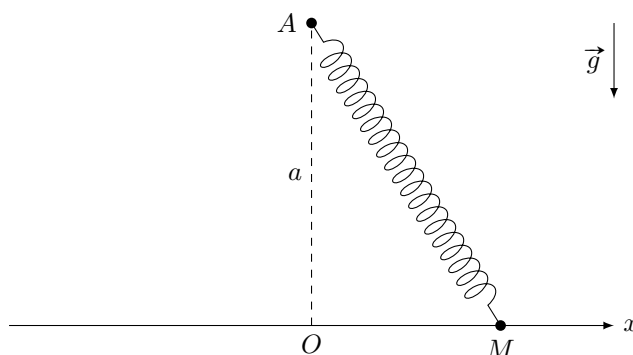
DM7 : Dynamique et chimie

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous pouvez rendre une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : OSCILLATEUR DE LANDAU

L'oscillateur de Landau est un modèle théorique permettant de modéliser efficacement des systèmes physiques pour lesquelles des faibles non-linéarités sont à prendre en compte. Il s'agit d'une approximation un peu plus précise que celle de l'oscillateur harmonique pour étudier le comportement de systèmes au voisinage de leur position d'équilibre.

Un exemple de système modèle permettant de réaliser un oscillateur de Landau est un petit anneau, assimilé à un point matériel M de masse m , astreint à se déplacer sans frottement le long d'une tige rectiligne horizontale choisie comme axe (Ox) . Cet anneau est relié à un ressort, de longueur à vide l_0 et de raideur k , dont l'autre extrémité est fixée en A . La distance de A à la tige est notée $AO = a$. On note x l'abscisse du point M .



- Déterminer l'expression de l'énergie potentielle totale $E_p(x)$ du point M .
- À l'aide d'un raisonnement qualitatif, montrer que lorsque $l_0 \leq a$ il n'y a qu'une position d'équilibre et lorsque $l_0 > a$ il y en a trois. Donner les abscisses de ces positions d'équilibre en fonction de a et l_0 .
- Retrouver le résultat précédent par le calcul à partir de l'expression de $E_p(x)$.
- Déterminer par le calcul la stabilité des positions d'équilibre trouvées à la question précédente.
- Tracer l'allure de l'énergie potentielle du point M en fonction de x pour $a > l_0$ et pour $a < l_0$.

On s'intéresse maintenant aux oscillations du point M autour de ses positions d'équilibre stables.

- Déterminer la pulsation des oscillations de M autour de sa position d'équilibre stable lorsque $l_0 < a$ en fonction de k , l_0 et a .
- Montrer que lorsque $l_0 \ll a$ cette pulsation tend vers une limite ω_l que l'on exprimera en fonction de k et m .
- Déterminer la pulsation des oscillations de M autour de ses positions d'équilibre stables lorsque $l_0 > a$ en fonction de k , l_0 et a .
- Montrer que lorsque $l_0 \gg a$ cette pulsation tend vers la même limite ω_l que celle déterminée à la question 7. Expliquer qualitativement pourquoi on pouvait s'attendre à cette valeur de pulsation limite sans faire de calcul.

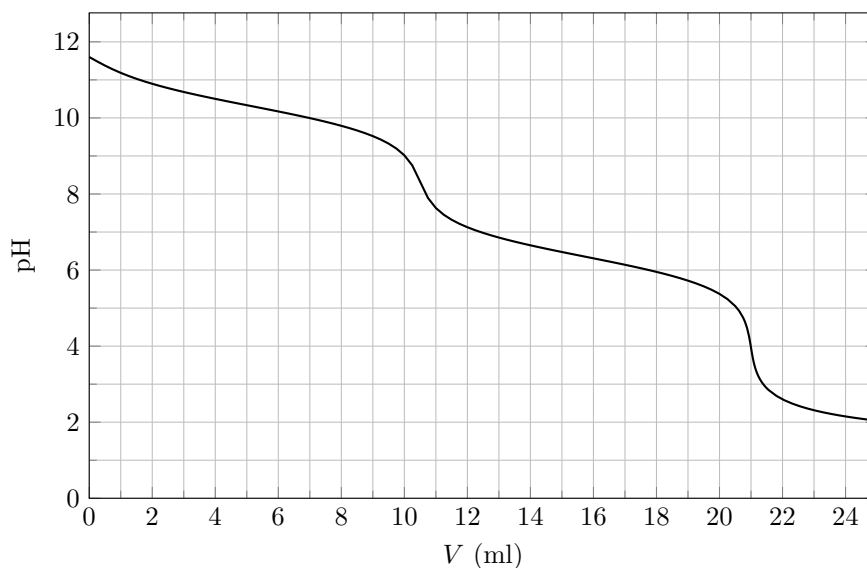
Exercice 2 : L'ION CARBONATE

L'ion carbonate CO_3^{2-} est une base. On donne :

- Numéro atomique du carbone $Z = 6$; Numéro atomique de l'oxygène $Z = 8$;
- Constantes d'acidité : $K_a(\text{H}_2\text{CO}_3/\text{HCO}_3^-) = K_{a1} = 10^{-6,4}$; $K_a(\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}) = K_{a2} = 10^{-10,3}$;
- Produit de solubilité du carbonate de calcium $\text{CaCO}_3(\text{s})$ $K_s = 10^{-8,4}$

- Donner la représentation de Lewis de l'ion carbonate. L'atome de carbone est l'atome central.
- Tracer le diagramme de prédominance des espèces H_2CO_3 , HCO_3^- et CO_3^{2-} en fonction du pH. Comment appelle-t-on une espèce comme l'ion hydrogénécarbonate HCO_3^- ?
- On envisage de titrer un volume $V_i = 10,0 \text{ ml}$ solution de carbonate de sodium $2\text{Na}^+ + \text{CO}_3^{2-}$ de concentration C_i à l'aide d'acide chlorhydrique de concentration $C_a = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol l}^{-1}$. Calculer la constante d'équilibre associée à la réaction envisagée. Commenter.

4. La courbe de titrage est présentée ci-dessous. Justifier la présence de deux sauts de pH.



5. Déterminer C_i .

Le carbonate de calcium CaCO_3 est le composé majeur des roches calcaires comme la craie. Il est aussi le constituant principal des coquilles d'animaux marins.

6. Écrire l'équation de dissolution du carbonate de calcium dans l'eau. On négligera les propriétés basiques de l'ion carbonate.

7. Calculer la solubilité s du carbonate de calcium dans ce cas.

8. Le carbonate de calcium est maintenant dissous dans une solution contenant déjà des ions calcium Ca^{2+} à la concentration $c = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol } \ell^{-1}$. Calculer la solubilité s' du carbonate de calcium dans cette solution. Commenter.

9. On prend désormais en compte les propriétés basiques de l'ion carbonate CO_3^{2-} . Justifier que la solubilité du carbonate de calcium s'écrit $s = [\text{H}_2\text{CO}_3] + [\text{HCO}_3^-] + [\text{CO}_3^{2-}]$.

10. Montrer alors que :

$$s^2 = A + B[\text{H}_3\text{O}^+] + C[\text{H}_3\text{O}^+]^2 \quad (1)$$

Préciser les expressions de A , B et C en fonction de K_s , K_{a1} , K_{a2} et c° .