DM4 : RSF et cinétique – corrigé

Le travail en groupe est fortement encouragé, vous rendrez une copie par groupe de 3. Attention, tous les membres du groupe doivent avoir fait tout le DM ! Il ne s'agit pas de partager le travail.

Exercice 1 : Caractéristiques d'une bobine réelle

1. Par lecture graphique, on a directement $\boxed{U_m = 8\,\mathrm{V}}$ et $\boxed{T = 4\,\mathrm{ms}}$. On en déduit $\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 1{,}57 \times 10^3\,\mathrm{rad\,s^{-1}}}$. La voie 1 mesure la tension u_R au bornes de la résistance qui permet de déterminer l'intensité i par $i = \frac{u_R}{R}$; on a donc $\boxed{I_m = 200\,\mathrm{mA}}$. Finalement, on a $\boxed{Z_{AB} = \frac{U_m}{I_m} = 40{,}0\,\Omega = 2R}$.
2. La tension de la voie 2 atteint son maximum avant celle de la voie 1, donc c'est $\boxed{\text{la voie 2 qui est en avance sur la voie 1.}}$
3. On a vu à la question précédente que l'intensité est en retard sur la tension et donc $\varphi > 0$. Graphiquement, on trouve $\boxed{\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T}}$, où Δt est le décalage temporel entre les deux tensions. Comme $\Delta t = \frac{T}{8}$ on trouve $\boxed{\varphi = \frac{\pi}{4}}$.
4. Si la bobine L est idéale, on peut calculer $\underline{Z}_{AB} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$ et donc $\boxed{\mathrm{Re}(\underline{Z}_{AB}) = R = 20\,\Omega}$.

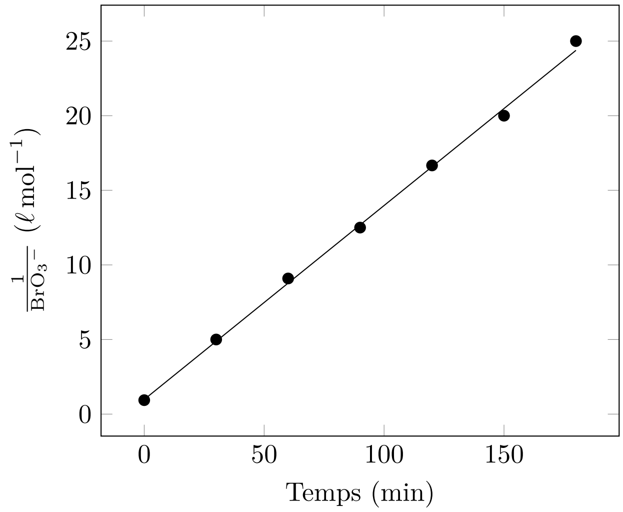
   Or, les mesures expérimentales montrent que $\underline{Z}_{AB} = Z_{AB}e^{j\varphi}$ où φ est le déphasage trouvé à la question précédente, car $\varphi = \arg(\underline{Z}_{AB}) = \arg\left(\frac{\underline{u}_e}{\underline{i}}\right) = \arg(\underline{u}_e) - \arg(\underline{i})$.

   On a trouvé $Z_{AB} = 40{,}0\,\Omega$ et $\varphi = \frac{\pi}{4}$, ce qui donne $\boxed{\mathrm{Re}(\underline{Z}_{AB}) = Z_{AB}\cos(\varphi) = 28{,}3\,\Omega}$.
   Ces deux résultats sont incompatibles et la bobine ne peut donc pas être idéale.
5. En prenant en compte la résistance r, on a $\mathrm{Re}(\underline{Z}_{AB}) = R + r = 28{,}3\,\Omega$.
   On en déduit directement $\boxed{r = \mathrm{Re}(\underline{Z}_{AB}) - R \approx 8{,}28\,\Omega}$
6. On a $\mathrm{Im}(\underline{Z}_{AB}) = Z_{AB}\sin(\varphi) = L\omega - \frac{1}{C\omega}$. Donc $\boxed{L = \frac{Z_{AB}\sin(\varphi)}{\omega} + \frac{1}{C\omega^2} = 58{,}5\,\mathrm{mH}}$
7. L'amplitude de l'intentité qui circule dans le circuit est $I_m = \frac{U_m}{Z_{AB}}$. L'intensité est maximale lorsque Z_{AB} est minimale, donc lorsque $L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0} = 0$. La pulsation de résonnance est donc $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ et la fréquence de résonnance est $\boxed{f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 208\,\mathrm{Hz}}$

   À cette fréquence, on a $\varphi = 0$, donc l'intensité $i(t)$ et la tension $u(t)$ sont en phase et $I_m = \frac{U_m}{R+r} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R}$. On détermine alors les tensions aux bornes de R, L et C :
   - $u_R(t)$: Amplitude : $U_R = RI_m = \sqrt{2}U_m \approx 5{,}7\,\mathrm{V}$; Phase : $\varphi_R = 0$;
   - $u_C(t)$: Amplitude : $U_C = \frac{I_m}{C\omega_0} \approx 21{,}6\,\mathrm{V}$; Phase : $\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$;
   - $u_{L,r}(t)$: Amplitude : $U_L = \sqrt{r^2 + (L\omega_0)^2}I_m \approx 21{,}8\,\mathrm{V}$; Phase : $\varphi_L = \arctan\left(\frac{L\omega_0}{r}\right) \approx 1{,}46\,\mathrm{rad}$;

Exercice 2 : Cinétique de la dismutation de l'ion bromate

1. Si la réaction est d'ordre 2 par rapport à $BrO_3{}^-$, on en reportant les points dans le graphe donnant $\frac{1}{[BrO_3-]}$ en fonction de t, on devrait obtenir une droite croissante de cœfficient directeur $a = 3k$. On obtient le graphique suivant



Les points sont bien alignés, l'hypothèse de l'ordre 2 est validée. On trouve une droite de pente $a = 13 \times 10^{-2}\,\ell\,\mathrm{mol}^{-1}\,\mathrm{min}^{-1}$, ce qui correspond à une constante de vitesse

$$\boxed{k = \frac{a}{3} = 4{,}4 \times 10^{-2}\,\ell\,\mathrm{mol}^{-1}\,\mathrm{min}^{-1}} \tag{1}$$

2. On note $c(t)$ la concentration en $BrO_3{}^-$ à l'instant t, on a alors

$$\frac{1}{c(t)} = \frac{1}{c(0)} + 3kt \tag{2}$$

Pour déterminer l'expression du temps de demi-réaction, on écrit

$$c(\tau_{1/2}) = \frac{c(0)}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{c(\tau_{1/2})} = \frac{1}{c(0)} + 3k\tau_{1/2} = \frac{2}{c(0)} \tag{3}$$

Donc finalement

$$\boxed{\tau_{1/2} = \frac{1}{3kc(0)} \approx 7{,}2\,\mathrm{min}} \tag{4}$$

3. Cette fois, on veut que

$$c(T) = \alpha c(0) \quad \text{avec} \quad \alpha = 10^{-3} \tag{5}$$

On trouve de la même manière qu'à la question précédente

$$\frac{1}{c(T)} = \frac{1}{\alpha c(0)} = \frac{1}{c(0)} + 3kT \Leftrightarrow \frac{1-\alpha}{\alpha c(0)} = 3kT \tag{6}$$

et finalement

$$\boxed{T = \frac{1-\alpha}{3k\alpha c(0)} \approx 7{,}2 \times 10^3\,\mathrm{min}} \tag{7}$$